

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE**

**CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CHIMICA E DEI PROCESSI  
INDUSTRIALI**

**Tesi di Laurea Magistrale in  
Ingegneria Chimica e dei Processi Industriali**

**STUDIO NUMERICO DEL FLUSSO E DELLA DISTRIBUZIONE  
DEGLI SFORZI IN SILI CON E SENZA INSERTI**

*Relatore: Prof. Andrea Santomaso*

*Laureanda: SILVIA VOLPATO*

**ANNO ACCADEMICO 2012-2013**



*Dedicata a Silvia*





# Riassunto

In questo lavoro di tesi si è simulato, usando un modello reologico *ad hoc*, la fase di scarico di un materiale granulare non coesivo in sili con varie configurazioni industriali. In particolare si è studiato come varia lo sforzo normale e tangenziale alla parete e come varia il regime di flusso nei sili con e senza inserti durante la fase di scarico. Gli inserti sono dispositivi che vengono inseriti all'interno dei sili per modificare e possibilmente migliorare il regime di flusso. Successivamente si sono confrontati i risultati ottenuti attraverso simulazioni numeriche con studi sperimentali di letteratura effettuati su stesse geometrie.

Le simulazioni sono state fatte con *Comsol Multiphysics 4.3*, un software commerciale-scientifico che permette simulazioni multifisiche attraverso l'accoppiamento di una o più fisiche all'interno dello stesso modello. Questo requisito risulta vantaggioso per l'implementazione del modello reologico utilizzato.



# Indice

<b>INTRODUZIONE .....</b>	<b>2</b>
<b>CAPITOLO 1-Teoria sui regimi di flusso e sugli sforzi in un silo .....</b>	<b>3</b>
1.1 REGIMI DI FLUSSO: <i>MASS FLOW</i> E <i>FUNNEL FLOW</i> .....	3
1.2 PROGETTAZIONE DEL SILO IN TERMINI DI FLUSSO .....	5
1.3 RELAZIONE TRA FLUSSO E SFORZO ALLA PARETE .....	6
1.4 GLI INSERTI IN UN SILO .....	7
1.4.1 Studi sull'influenza degli inserti nei silo .....	8
1.4.2 Influenza di inserti inseriti in modo simmetrico nella sezione verticale di un silo: studi di Strusch .....	9
1.4.3 Influenza di inserti inseriti in modo simmetrico nella tramoggia di un silo: studi di Strusch .....	11
1.4.4 Tipologia di inserti e ragioni di applicazione .....	12
1.4.5 Inserti aperti a forma di tramoggia .....	12
1.4.6 Inserti chiusi .....	13
<b>CAPITOLO 2-Teoria del modello di simulazione .....</b>	<b>15</b>
2.1 MODELLI PER IL FLUSSO DI UN MATERIALE GRANULARE .....	15
2.2 MODELLO DI SIMULAZIONE .....	16
2.2.1 Equazioni di conservazione .....	16
2.2.1.1 Temperatura granulare del materiale .....	18
2.2.2 Leggi costitutive .....	19
2.2.2.1 Flusso di energia .....	19
2.2.2.2 Tensore degli sforzi .....	20
2.2.2.3 Energia dissipata .....	21
2.2.3 Bilancio di energia in funzione dello stato del materiale .....	21
2.2.4 Condizioni al contorno alla parete .....	23
2.2.5 Parametri del modello .....	24
<b>CAPITOLO 3-Studi sperimentali condotti in un silo industriale con e senza inserti .....</b>	<b>25</b>
3.1 DESCRIZIONE DELL'APPARECCHIATURA SPERIMENTALE UTILIZZATA PER LE MISURAZIONI E CARATTERISTICHE DEL MATERIALE STOCCATO .....	25
3.1.1 Geometria del silo .....	25

3.1.2 Installazione dei misuratori di pressione .....	26
3.1.3 Installazione dei misuratori di flusso .....	27
3.1.4 Proprietà del materiale stoccato .....	29
3.2 RISULTATI SPERIMENTALI: SILO SENZA INSERTI .....	29
3.2.1 Profili di flusso .....	30
3.2.2 Sforzi normali alle pareti .....	31
3.3 RISULTATI SPERIMENTALI: SILO CON INSERTI .....	32
3.3.1 Caso 1: inserto a doppio cono (double cone) .....	34
3.3.1.1 Profili di flusso sperimentali .....	36
3.3.1.2 Sforzi normali alle pareti sperimentali .....	38
3.3.2 Caso 2: inserto a cono (cone in cone) .....	39
3.3.2.1 Profili di flusso sperimentali .....	41
3.3.2.2 Sforzi normali alle pareti sperimentali .....	44
3.3.3 Caso 3: inserto cono invertito (inverted cone) .....	46
3.3.3.1 Profili di flusso sperimentali .....	47
3.3.3.2 Sforzo normale alla parete sperimentali .....	48
3.4 COMPARAZIONE DEGLI STUDI SPERIMENTALI E CONCLUSIONI FINALI .....	49
<b>CAPITOLO 4-Implementazione numerica del modello</b> .....	53
4.1 INTRODUZIONE A <i>COMSOL MULTIPHYSICS 4.3</i> .....	53
4.2 DICHIARAZIONE DEI PARAMETRI E DELLE VARIABILI .....	54
4.3 GEOMETRIA DEL MODELLO .....	58
4.4 DEFINIZIONE DEL MODELLO IN <i>COMSOL MULTIPHYSICS 4.3</i> .....	59
4.4.1 Laminar Flow .....	59
4.4.2 Heat transfer .....	61
4.4.3 Mesh .....	62
4.4.4 Study .....	63
4.4.5 Results .....	63
<b>CAPITOLO 5-Risultati ottenuti dalle simulazioni con <i>Comsol Multiphysics 4.3</i></b> .....	65
5.1 SIMULAZIONE CON <i>COMSOL MULTIPHYSICS 4.3</i> :CASO SENZA INSERTI .....	65
5.1.1 Geometria del silo .....	65
5.1.2 Profili di flusso e di velocità .....	66
5.1.3 Sforzi normali alla parete nel silo senza inserti .....	68

5.1.4 Sforzi tangenziali alla parete nel silo senza inserti .....	69
5.2 SIMULAZIONE CON <i>COMSOL MULTIPHYSICS</i> 4.3:SIMULAZIONE CON INSERTI .....	71
5.2.1 Simulazione con inserto a doppio cono.....	71
5.2.1.1 Geometria del silo con inserto a doppio cono .....	71
5.2.1.2 Profili di flusso e velocità con inserto a doppio cono .....	73
5.2.1.3 Sforzi normali alla parete silo con inserto a doppio cono .....	77
5.2.1.5 Confronto tra i risultati ottenuti con gli inserti a doppio cono .....	80
5.5.3 Simulazione con inserto cone in cone e double cone in cone .....	82
5.5.3.1 Geometria del silo con inserto <i>cone in cone e double cone in cone</i> .....	82
5.5.3.2 Profili di flusso e velocità con inserto <i>cone in cone e double cone in cone</i> .....	84
5.5.3.3 Sforzi normali alla parete silo con inserti <i>cone in cone e double cone in cone</i> ...	88
5.2.3.4 Confronto tra i risultati ottenuti con gli inserti a <i>cone in cone e double cone in cone</i> .....	93
5.5.4 Simulazione con inserto a cono invertito .....	94
5.5.4.1 Geometria del silo con inserto <i>a cono invertito</i> .....	94
5.5.4.2 Profili di flusso e velocità con inserto a cono invertito.....	95
5.5.4.3 Sforzi normali alla parete silo con inserto a cono invertito.....	95
5.5.4.4 Confronto tra i risultati ottenuti con l'inserto <i>inverted cone</i> e il caso senza inserti .....	96
5.6 CONFRONTO TRA I VARI RISULTATI OTTENUTI: CASO SENZA INSERTI E CON INSERTI.....	97
5.7 CONSIDERAZIONI SUGLI SFORZI CHE AGISCONO IN UN SILO .....	98
5.7.1 Sforzo normale alla parete dell'inserto .....	98
5.7.2 Sforzi di taglio alla parete del silo.....	101
<b>CAPITOLO 6-Confronto tra i risultati ottenuti dalle simulazioni e i risultati sperimentali.....</b>	<b>105</b>
6.1 CONFRONTO RISULTATI: SILO SENZA INSERTI.....	105
6.2 CONFRONTO RISULTATI: SILO CON INSERTI.....	108
6.2.1 Silo con inserto DC I.....	108
6.2.2 Silo con inserti DC II-DC III-DC IV e DC V .....	110
6.2.3 Silo con inserto CC I.....	110

6.2.4 Silo con inserto CC III .....	112
6.2.5 Silo con inserti CC II-CC V-CC VI .....	114
6.2.6 Silo con inserto IC I .....	114
6.3 CONCLUSIONI CONFRONTO RISULTATI.....	115
<b>CAPITOLO 7-Sviluppo del modello:aggiunta di un termine coesivo.....</b>	<b>119</b>
7.1 EFFETTO DELLA FORZA DI COESIONE.....	119
7.1.1 Termine di coesione nel modello fluidodinamico.....	120
7.1.2 Influenza del termine di coesione nel caso di silo senza inserti.....	121
CONCLUSIONI.....	127
RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI .....	131

# Introduzione

I materiali finemente suddivisi in forma di polveri o granuli, di seguito genericamente denominati materiali granulari, sono molto comuni nei processi industriali, in particolare in quelli chimici. Essi possono essere stoccati in strutture chiamate sili, oppure possono partecipare a processi di miscelazione, granulazione o comminuzione.

È importante studiare il flusso di tali materiali, dal momento che essi sono molto presenti nell'industria di processo e la loro reologia non è a tutt'oggi ancora ben descritta.

In questa tesi si è preso in considerazione il flusso di un materiale granulare non coesivo all'interno di un silo, una struttura formata da un contenitore cilindrico e da una tramoggia sottostante.

In particolare si è indagato su come il flusso del materiale influisce sugli sforzi, sia normali che tangenziali, alla parete del silo e come l'utilizzo degli inserti incida sul flusso e sugli sforzi. Gli inserti, infatti, sono delle strutture che vengono collocate all'interno del silo per migliorare il regime di flusso. Le simulazioni sono state sistematicamente confrontate con dati sperimentali reperiti in letteratura.

Per condurre questi studi si è utilizzato un modello reologico, già validato per flussi granulari all'interno di sili, ma non applicato ai casi con inserti valutati in questa tesi. Questo modello è stato implementato in *Comsol Multiphysics 4.3* e sono state condotte delle simulazioni, per il silo senza inserti e con inserti. Il modello sebbene continuo ed utile viene utilizzato per simulare il flusso di materiale granulare, intrinsecamente discreto, su scala industriale.

La tesi si articola in sette capitoli. Il primo Capitolo riporta delle nozioni teoriche che riguardano i sili in generale, i profili di flusso del materiale e l'andamento degli sforzi. Inoltre si danno delle nozioni teoriche riguardo gli inserti, con un ampio *excursus* sugli studi effettuati e sui risultati ottenuti.

Il Capitolo due si concentra sul modello reologico utilizzato per lo studio; vengono riportate le equazioni di conservazione e le relazioni costitutive che chiudono il modello.

Il Capitolo tre riporta fedelmente gli studi sperimentali condotti da Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007), studi che sono utilizzati per il confronto con i risultati ottenuti dalle simulazioni.

Il Capitolo quattro introduce il software utilizzato per implementare il modello reologico e condurre la simulazione e viene spiegato come il modello è stato implementato.

Il Capitolo cinque riporta i risultati ottenuti dalle simulazioni, mentre nel Capitolo sei si confrontano i risultati riportati nel Capitolo tre con quelli ottenuti dalle simulazioni.

Infine, nel Capitolo sette si accenna a quali potrebbero essere le modifiche da applicare alle equazioni del modello reologico per applicarlo ad una maggiore gamma di materiali granulari, come i materiali coesivi.



# Capitolo 1

## Teoria sui regimi di flusso e sugli sforzi in un silo

In questo capitolo vengono riportati alcuni concetti teorici che riguardano il flusso di materiale all'interno dei silos e l'andamento degli sforzi verticali ed orizzontali che gravano sulla struttura dello stesso. Inoltre si descrive che cos'è un inserto e qual è il suo utilizzo in un silo.

Un silo è un impianto utilizzato per stoccare del materiale; è formato da una sezione finale convergente chiamata tramoggia e da un sovrastante recipiente cilindrico o rettangolare.

All'interno di un silo il materiale può essere scaricato secondo due tipi di flusso: *mass flow* e *funnel flow*.

### 1.1 Regimi di flusso: *mass flow* e *funnel flow*

I primi studi scientifici riguardanti i silos sono stati pubblicati da Janssen alla fine del 19° secolo (1895). Egli pubblicò degli studi sugli sforzi alla parete in un silo contenente materiale granulare.

Uno studio complessivo sul flusso di un materiale granulare è stato fatto da Jenike (1964) che ha introdotto la classificazione del flusso granulare all'interno di un silo quando un materiale viene scaricato per gravità. Esso ha suddiviso il flusso in due regimi: *mass flow* e *funnel flow*, anche conosciuti come *plug flow* e *core flow*.

In regime di *mass flow* (Figura 1.1a) tutte le particelle del materiale solido si muovono insieme quando l'uscita è aperta e inizia lo scarico. In questo regime non si formano archi coesivi e la completa massa di materiale si muove quando il solido viene scaricato.

Il regime di *mass flow* è possibile quando le pareti della tramoggia sono sufficientemente inclinate o quando il coefficiente di attrito tra il materiale solido e la parete è sufficientemente basso.

Lavorare in regime di *mass flow* comporta dei vantaggi:

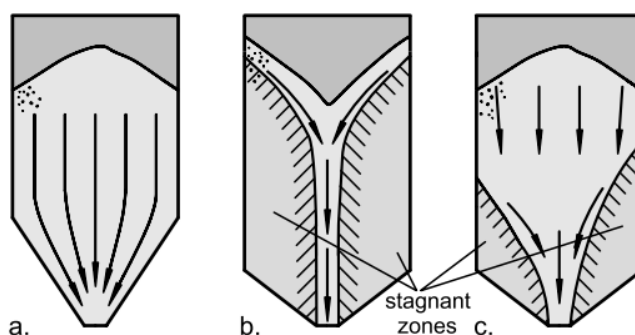
1. il materiale che viene caricato per primo nel silo esce per primo e questo è consigliabile per materiali deperibili;
2. lo sforzo di taglio tra le particelle durante lo scarico è inferiore;

3. nel caso in cui il materiale sia segregato durante il caricamento, viene rimescolato nella tramoggia durante lo scarico;
4. non si formano zone morte che diminuiscono il volume attivo del silo.

Durante il regime di *mass flow* il profilo di velocità rimane costante al centro mentre alla parete si concentrano i gradienti di velocità con formazione delle *shear bands*, ossia delle bande di taglio, spesse poche decine di diametri particellari (Figura 1.2)

Se la parete della tramoggia è troppo piatta, ossia se l'angolo di inclinazione della parete della tramoggia rispetto alla direzione orizzontale è piccolo, o il coefficiente di attrito tra materiale e parete è troppo elevato, si ha *funnel flow* (Figura 1.1 b e c). Durante questo regime viene scaricato solo il materiale che si trova sopra il foro di scarico e si creano delle zone stagnanti più o meno ampie a ridosso delle pareti del silo. Il materiale che si trova nella zona stagnante (o *dead zone*) viene scaricato solo se il silo viene completamente svuotato.

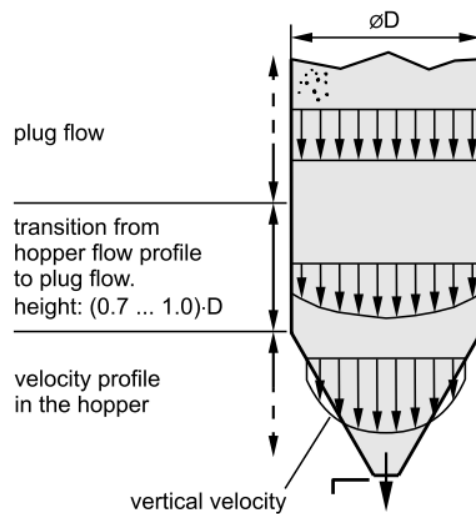
Ad oggi non sono stati sviluppati metodi che permettano di predire la forma dei canali di flusso che si formano lungo le pareti durante questo regime.



**Figura 1.1.** Profili di flusso: a. *mass flow*; b. *pipe flow*; c. *mixed flow* (Figura tratta da *Powders and bulk solids*, Schulze D., 2008)

All'interno del regime di *funnel flow* sono state individuate altre due tipologie di flusso distinte: *pipe flow* e *mixed flow* (Rotter, 2001).

Se la zona stagnante si forma a partire dal livello di riempimento del silo, il *funnel flow* viene chiamato *pipe flow*. Se la zona stagnante si forma solo nella parte inferiore del silo il *funnel flow* viene chiamato *mixed flow*.



**Figura 1.2.** Distribuzione delle velocità verticali in un silo in regime di mass flow (Figura tratta da *Powders and bulk solids*, Schulze D., 2008)

Il regime di flusso è influenzato dalla geometria del silo e dalle condizioni al contorno, dal metodo in cui il materiale del silo è caricato e dalla proprietà di scorrevolezza del materiale.

La Figura 1.1 mostra una versione ideale dei regimi di flusso. Nel caso di *funnel flow* il confine tra materiale in movimento e zona stagnante non è marcato e definito, ma varia durante lo scarico del materiale.

## 1.2 Progettazione del silo in termini di flusso

Jenike (1964), come spiegato nel §1.1, ha distinto due tipi di flusso all'interno del silo: *mass flow* e *funnel flow*. Il regime di flusso che si instaura all'interno di un silo dipende da:

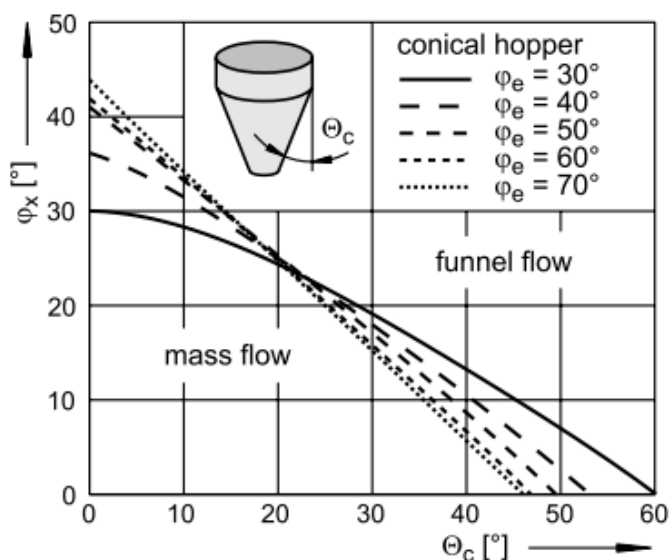
- angolo di inclinazione della tramoggia rispetto alla verticale;
- angolo di attrito interno effettivo del materiale (esprime la condizione di cedimento del materiale);
- angolo di attrito tra il materiale e la parete della tramoggia.

Jenike ha trovato le relazioni che legano le tre variabili sopra elencate. Conoscendo l'angolo di attrito alla parete e l'angolo di attrito interno effettivo del materiale, è possibile ricavare l'angolo di inclinazione della tramoggia rispetto alla verticale in grado di garantire il regime di flusso desiderato.

Allo stesso modo, conoscendo tutte le tre variabili sopra elencate, è possibile determinare se un silo scarica il materiale in regime di *mass flow* o *funnel flow*.

La Figura 1.3 riporta il grafico per determinare, grazie alla combinazione delle tre variabili sopra descritte, il regime di flusso all'interno del silo. Il grafico riportato è valido solamente per tramogge coniche, ma esistono altri grafici che valgono per altri tipi di tramogge.

Nella Figura 1.3 l'angolo di inclinazione della tramoggia è indicato con il simbolo  $\theta_c$ , l'angolo di attrito interno del materiale con  $\varphi_e$  e l'angolo di attrito alla parete con il simbolo  $\varphi_x$ .



**Figura 1.3** Diagramma di Jenike per tramogge coniche (Figura tratta da *Powders and bulk solids*, Schulze D., 2008)

### 1.3 Relazione tra flusso e sforzo alla parete

Gli sforzi che agiscono all'interno di un silo durante il caricamento e lo stoccaggio dipendono dalla geometria del silo e dalle proprietà del solido stoccato. Durante lo scarico del silo è importante valutare come il fluire del materiale agisce sugli sforzi alle pareti del silo.

Il flusso allo scarico dipende dalla configurazione del silo, dalle caratteristiche meccaniche del materiale solido stoccato e dal modo in cui il silo è stato caricato (Nielsen, 1983).

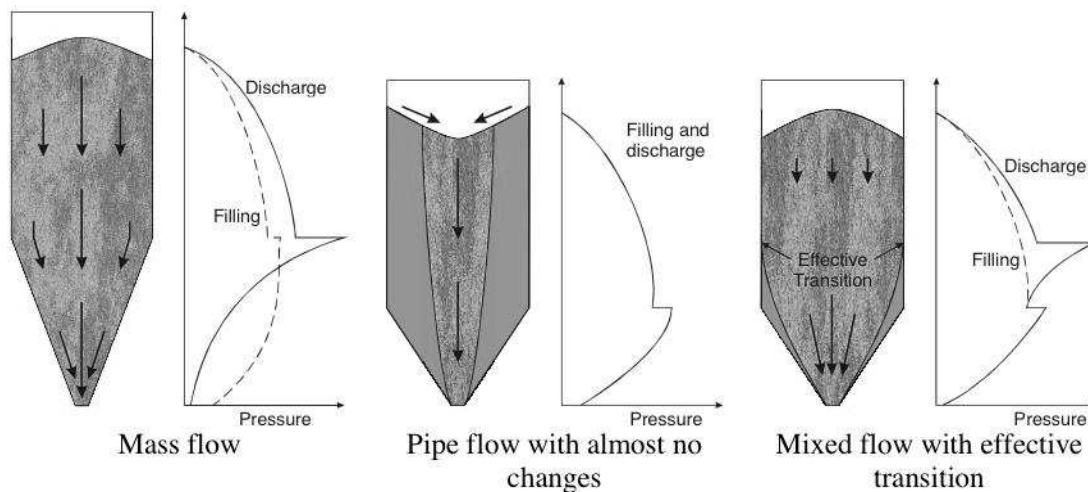
Jenike (1964) è stato uno dei primi ricercatori che ha realizzato l'importanza della caratterizzazione della dinamica di scarico del silo e che ha notato l'influenza del flusso sulla distribuzione delle pressioni alla parete.

In Figura 1.4 viene riportato il tipico andamento dello sforzo alla parete a seconda di diversi regimi di flusso.

Durante un regime di *mass flow* il picco di pressione alla parete si registra in corrispondenza della zona di transizione, ossia durante il passaggio del materiale dalla sezione cilindrica alla tramoggia (Bransby and Blair-Fish, 1974).

Durante un regime di *pipe flow* si verifica un aumento di pressione alla parete in corrispondenza dell'inizio della tramoggia, anche se il picco è inferiore rispetto al caso in cui il materiale si muove in regime di *mass flow*. La diminuzione del picco è spiegata dal fatto che il materiale vicino alla parete è fermo e non c'è sforzo di taglio alla parete. Inoltre il profilo di sforzo non cambia tra riempimento e scarico del silo (Ding, 2005).

In un regime di *mixed flow* il valore più alto di pressione alla parete si verifica nel punto chiamato di “effettiva di transizione”, ossia nella zona in cui c'è la transizione tra flusso del materiale e zona stagnante (Ooi *et al.*, 1990). In generale risulta molto più difficile predire gli andamenti e l'entità degli sforzi in configurazioni diverse dal *mass flow*.



**Figura 1.4** Relazione tra il regime di flusso e il profilo di pressione alla parete (A study of granular solids in silos with and without an insert, Hartl Johannes)

È evidente l'importanza di riuscire a predire il flusso di materiale all'interno del silo per fare una previsione attendibile degli sforzi alla parete.

## 1.4 Gli Inserti in un silo

Da quanto fino ad ora detto si capisce la convenienza di portare le condizioni di flusso il più possibile prossime a quelle del *mass flow*. Per migliorare il flusso all'interno di un silo che lavora in regime di *funnel flow*, come nel caso che verrà esaminato nella tesi, può essere opportuno fare ricorso a degli inserti. Gli inserti possono essere di varie forme, dimensioni e possono essere inseriti a diverse altezze all'interno del silo, in posizione simmetrica o non

simmetrica. Possono trovare collocazione, sia nella tramoggia sia nella parte cilindrica del silo, all'interno della quale può causare convergenze locali. Gli inserti sono utilizzati per risolvere problemi differenti che possono insorgere in un silo. Nello studio riportato in questa tesi l'uso degli inserti è finalizzato alla modifica del regime di flusso.

Cambiare il regime di flusso, come visto sopra, significa cambiare anche lo stato degli sforzi all'interno del silo.

Se ben scelto e posizionato, l'inserto può ridurre in modo significativo la zona stagnante nell'intera massa di solido stoccata e avvicinare il flusso al regime di *mass flow*.

Fino ad ora non sono state sviluppate delle equazioni sperimentali o più in generale metodi predittivi per il calcolo della distribuzione degli sforzi alla parete in sili che contengono inserti anche se esistono degli studi e delle regole per dimensionare in modo opportuno gli inserti (Johanson, 1966) dal punto di vista del flusso.

#### 1.4.1 Studi sull'influenza degli inserti nei sili

Johanson e Kleysteuber (1966) hanno condotto degli esperimenti su un silo assial-simmetrico utilizzando inserti conici verticali. L'inserto è stato posizionato sia nella parte cilindrica del silo sia nella tramoggia. Con questi studi è stato osservato che piccoli inserti posizionati nella tramoggia non riescono ad eliminare completamente la zona stagnante vicino alla parete.

Inserendo un inserto di dimensioni maggiori, invece, nella parte cilindrica viene raggiunto il *mass flow*.

Theimer (1974) e Northdurft (1976) hanno effettuato degli studi delle tensioni normali alle pareti in sili con inserti. Hanno utilizzato degli inserti cuneiformi e degli inserti quadrangolari, inseriti in un silo alto e a sezione rettangolare. Le pareti anteriori del silo erano di vetro e questo ha permesso di fotografare e monitorare l'andamento del flusso.

Le loro misurazioni hanno mostrato un aumento della sollecitazione normale alla parete a livello dell'inserto durante il riempimento e durante lo scarico.

Tüzün e Nedderman (1983) hanno osservato che la presenza di un inserto incide sulla distribuzione delle tensioni alla parete in modo diverso a seconda della fase: riempimento o scarico. Durante il riempimento gli sforzi alla parete, a livello dell'inserto, erano generalmente più grandi di quelli osservati senza inserti. Al contrario, durante lo scarico, gli sforzi alla parete erano più bassi rispetto a quelli nel silo senza inserti.

Kroll (1975), durante i suoi studi, ha misurato una diminuzione degli sforzi a livello dell'inserto e al di sotto di esso.

Kahl (1976) ha misurato lo sforzo orizzontale all'interno del silo con l'aiuto di una cella di pressione, che si muoveva, insieme al prodotto solido, durante lo scarico. Ha rilevato un aumento della spinta orizzontale a livello dell'inserto. Kahl ha concluso i suoi studi

affermando che la variazione degli sforzi che si verificano tra inserto e parete è paragonabile a quella che si verifica nella tramoggia di un silo.

Scholz (1988) ha misurato un aumento della sollecitazione normale alla parete a livello dell'inserto durante il riempimento e durante lo scarico, nel caso di un inserto posizionato nella sezione verticale del silo. Non ha misurato variazioni degli sforzi normali alla parete nel caso di inserto posizionato nella tramoggia.

Kroll (1975), Kahl (1976), Scholz (1988), Johanson e Kleysteuber (1966), Tsunakawa e Aoki (1975) e Polderman, Scott e Boom (1985) hanno misurato il carico verticale esercitato sugli inserti in un silo e hanno osservato che tali pressioni sono notevolmente superiori ai carichi che derivano dalla formula di Janssen (1895) che calcola il valore dello sforzo verticale nella sezione cilindrica di un silo.

Tutte le indagini sopra descritte sono state effettuate in condizioni simmetriche.

Solo Johanson e Kleysteuber (1966), Nothdurft (1976), Hoppe e Kahl (1977), Rolewicz (1982), Strusch, Lyle e Schwedes (1993) e Schlick (1994) hanno condotto degli studi asimmetrici, inserendo nel silo un inserto cavo in posizione, appunto, asimmetrica.

Al Politecnico di Braunschweig, in Germania, sono state effettuate, su un silo modello costruito da lastre di plexiglass, delle misurazioni sul carico di un inserto e sulle distribuzioni degli sforzi alla parete. In questo modo è stato possibile osservare il flusso, determinare gli sforzi normali alla parete e le sollecitazioni che gravavano sull'inserto (Strusch et al., 1995).

Successivamente, queste misure sono state effettuate su un silo in acciaio con una dimensione minore del silo precedente (Strusch et al., 1995). Tutti i risultati sperimentali sono stati analizzati mediante codici FEM (Antes, Lehman e Strusch, 1995).

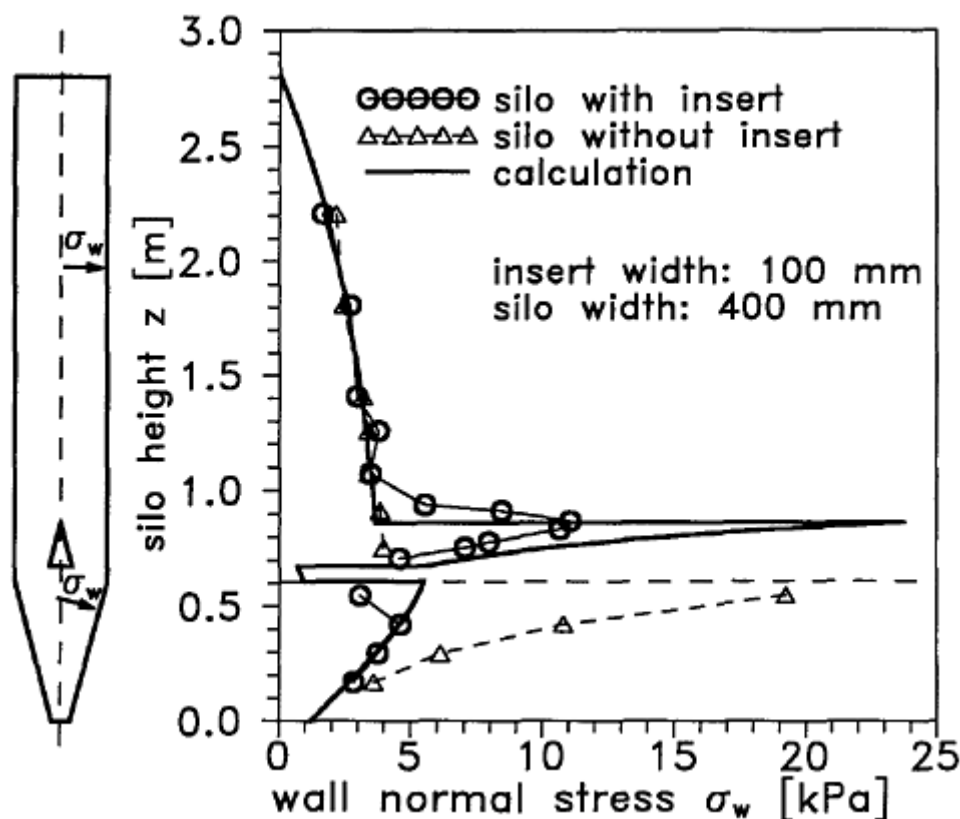
#### *1.4.2 Influenza di inserti inseriti in modo simmetrico nella sezione verticale di un silo: studi di Strusch*

I risultati che si riportano in questo paragrafo si basano su studi svolti su un silo modello presso il Politecnico di Braunschweig in Germania. Le misurazioni qui presentate sono state effettuate durante la fase di scarico di un solido granulare da un silo in cui è stato installato un inserto cuneiforme.

Il silo su scala pilota presentava una base rettangolare ( $400 \times 800$  mm) e una tramoggia cuneiforme (angolo di inclinazione della parete rispetto alla verticale:  $15^\circ$ ). L'inserto aveva una larghezza di 100 mm e un angolo di inclinazione di  $15^\circ$  rispetto alla verticale. L'inserto è stato posizionato nella sezione verticale.

In Figura 1.5 viene riportata la distribuzione degli sforzi nel silo modello in presenza dell'inserto o in assenza dello stesso. Gli sforzi normali alle pareti del silo, nel caso senza inserti, aumentavano in modo graduale fino ad un valore limite.

Al passaggio dalla sezione verticale alla tramoggia si verificava una discontinuità. Un picco, il cosiddetto *switch*, si verificava nella zona di transizione (Jenike, Johanson e Carson, 1973). Inoltre si verificava un picco degli sforzi alla parete in prossimità dell'inizio dell'inserto.



**Figura 1.5** Distribuzione degli sforzi alla parete di un silo in cui è stato installato un inserto nella parte verticale in posizione simmetrica e in un silo in cui non è presente alcun inserto (Figura tratta da *Silos : Fundamentals of Theory, Behaviour, and Design*, Brown et al., 1998)

L'aumento della sollecitazione normale alla parete a livello della sommità dell'inserto procurava un aumento dello sforzo di taglio alla parete.

Durante lo scarico l'inserto nella sezione verticale non influenzava la normale distribuzione degli sforzi alla parete vicino all'uscita nella tramoggia.

Si è osservato inoltre che, il solido compreso tra l'inserto e la parete verticale del silo si deformava in modo simile a quanto avveniva per il materiale nella tramoggia. Durante lo scarico, un campo di sforzi radiali si sviluppava tra l'inserto e la parete del silo.

Gli sforzi normali alla parete nella sezione verticale del silo sono stati calcolati attraverso le relazioni di Janssen (1895). A livello dell'inserto e nella tramoggia gli sforzi normali alla parete sono stati calcolati in accordo con la teoria di Enstad (1981).

Il picco di sforzi misurato a livello dell'inserto è inferiore rispetto a quello calcolato con le relazioni citate prima.



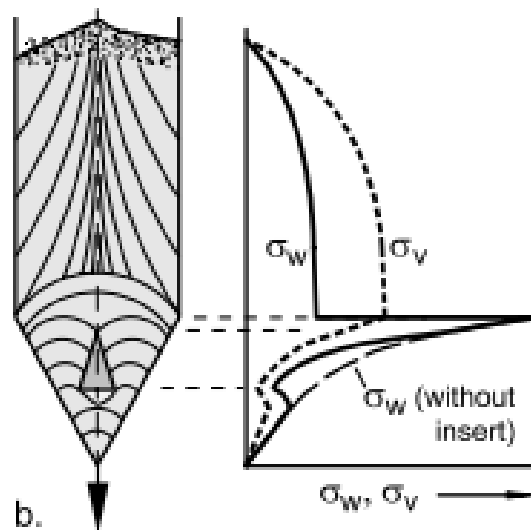
Questa differenza è giustificata dal fatto che le misure effettuate dalle celle di pressione riescono a dare solo un valore medio degli sforzi.

### 1.4.3 Influenza di inserti inseriti in modo simmetrico nella tramoggia di un silo: studi di Strusch

Strusch ha continuato i suoi studi valutando anche l'influenza di inserti inseriti nella tramoggia.

Per un inserto simmetricamente disposto nella tramoggia non è stato osservato alcun aumento della sollecitazione normale alla parete a livello dell'inserto (Strusch *et al.*, 1995).

Questo fatto può essere spiegato dal flusso convergente del materiale che si verifica al di sopra dell'inserto nella tramoggia e giustifica anche perché nessun picco di sforzo si verifica a livello della parte superiore dell'inserto.



**Figura 1.6** Distribuzione degli sforzi alla parete di un silo in cui è stato installato un inserto nella tramoggia in posizione simmetrica e in un silo in cui non è presente alcun inserto (Figura tratta da *Powders and bulk solids*, Schulze D., 2008)

L'unica variazione che si verifica, come si può notare dalla Figura 1.6, è che gli sforzi alla parete nella zona in cui c'è l'inserto diminuiscono più velocemente rispetto al caso senza inserti. Questa diminuzione si verifica perché l'ampiezza dei canali di flusso a sinistra e a destra dell'inserto è più piccola dell'ampiezza che sia ha nel caso senza inserti.

Al di sotto dell'inserto gli sforzi presentano un andamento simile al caso senza inserti.

#### 1.4.4 Tipologia di inserti e ragioni di applicazione

Diverse tipologie di inserti sono state proposte da differenti ricercatori. Gli inserti utilizzati in studi recenti sono:

- inserto a cono chiuso (*inverted cone o upright cone*), chiamato anche cappello cinese;
- inserto a doppio cono (*double cone*);
- inserto a doppio cono invertito (*inverted double cone*);
- inserto a cono aperto inserito nella tramoggia (*cone-in-cone*);
- inserto formato da due coni aperti di dimensioni diverse inseriti nella tramoggia (*double cone-in-cone*);
- inserti laterali, posizionati sulle pareti della tramoggia in modo da creare un canale di flusso interno.

La maggior parte degli studi sugli inserti sono stati condotti per applicazioni industriali e non per ricerca scientifica. I fenomeni di un silo sono sensibili alle dimensioni e alla scala di applicazione degli inserti (Nielsen e Askergaard, 1977) ed esiste una forte domanda affinché venga sviluppata la ricerca scientifica sull'influenza degli inserti sul regime di flusso e sulla distribuzione della pressione.

L'installazione di un inserto all'interno di un silo può avere diversi scopi (Schulze, 1996):

- mescolare e omogeneizzare;
- ridurre il fenomeno di segregazione e la vibrazione;
- aumentare la portata di scarico;
- misurare la temperatura o il contenuto di umidità;
- modificare il profilo di flusso e degli sforzi alla parete;
- iniettare di gas o fluidi di raffreddamento;
- ridurre la pressione allo scarico.

#### 1.4.5 Inserti aperti a forma di tramoggia

Uno dei primi inserti usati fu chiamato BINSERT<sup>®</sup> e fu usato da Johanson e Kleysteuber (1966) per aumentare l'efficienza di mescolamento. L'inserto è a forma di cono, con le due estremità aperte; l'inserto è stato posto vicino al foro di scarico per variare il flusso di velocità nell'inserto e tra l'inserto e la tramoggia. Questo inserto è anche chiamato *cone-in-cone* in caso si applicazioni assial-simmetriche. La velocità all'interno dell'inserto o al di fuori di esso si può modificare variando l'area dell'inserto o l'area tra l'inserto e la tramoggia.

Il mescolamento è assicurato a causa della differente velocità di scarico nelle due regioni.

Gli studi effettuati in laboratorio da Enstad *et al.* (1995) hanno dimostrato che il diametro di uscita dell'inserto dovrebbe avere la stessa dimensione del foro di scarico della tramoggia. È anche stato dimostrato che le superfici interna ed esterna dell'inserto dovrebbero avere la

stessa rugosità superficiale e che la sezione di flusso all'esterno dell'inserto dovrebbe essere tre volte più ampia della sezione all'interno dell'inserto.

Inoltre, l'inclinazione del cono interno rispetto alla verticale e l'angolo tra il cono e la parete della tramoggia dovrebbero essere entrambi inferiori all'angolo di inclinazione critico che delimita il regime di *mass flow* o *funnel flow* (Martens and Franken, 1988; Schulze, 1996).

In particolare per dimensionare gli inserti *cone in cone* è opportuno utilizzare le stesse regole di dimensionamento utilizzate per dimensionare l'angolo di inclinazione della tramoggia.

L'inclinazione delle pareti dell'inserto non deve superare l'inclinazione della parete della tramoggia rispetto alla verticale.

Molto spesso si usano gli inserti per compensare l'angolo di inclinazione della tramoggia, quando esso risulta superiore all'angolo limite per garantire il *mass flow*. In questo caso l'inclinazione della parete dell'inserto diminuisce l'angolo di inclinazione della tramoggia, dando luogo ad un nuovo angolo di inclinazione inferiore a quello critico.

È possibile utilizzare due inserti *cone in cone*, di dimensioni diverse, posti uno dentro l'altro. In questo caso l'inserto è definito *double cone in cone*.

#### 1.4.6 Inserti chiusi

Gli inserti chiusi, di solito, hanno una forma triangolare per sili rettangolari e di cono verticale per sili assial-simmetrici. A differenza degli inserti aperti, negli inserti chiusi il materiale, durante la fase di scarico, può solamente fluire all'esterno dell'inserto. La modifica di flusso indotta dall'inserto permette di diminuire il fenomeno di segregazione.

L'inserto a cono verticale è utilizzato anche per ridurre la pressione che grava nella parte inferiore della tramoggia durante la fase di carico (Schulze, 1996). Alte pressioni, infatti, possono provocare archi coesivi o estremizzare il *funnel flow* (fenomeno denominato *ratholing*). Inserendo l'inserto è possibile ridurre la pressione dal punto in cui è stato inserito l'inserto e nella zona al di sotto di esso.

Come nel caso dell'inserto *cone in cone*, è possibile utilizzare combinazioni di inserti chiusi per creare nuovi tipi di inserti. Per esempio è possibile utilizzare due coni con altezze diverse e stessa base, che vengono uniti attraverso quest'ultima. In questo caso è possibile ottenere gli inserti *double cone* o *inverted double cone*.



# Capitolo 2

## Teoria del modello di simulazione

In questo capitolo vengono descritti i metodi in uso per la simulazione del comportamento reologico dei materiali solidi in forma granulare ed in particolare viene presentato un modello idrodinamico che verrà utilizzato per predire gli sforzi alla parete e i profili di velocità durante il processo di scarico dei sili.

### 2.1 Modelli per il flusso di un materiale granulare

Per modellare il flusso di un materiale granulare sono in generale possibili due approcci: uno discreto e uno continuo. Il modello discreto, conosciuto come DEM, *Discrete Element Method*, modella il flusso delle particelle considerando una media delle dimensioni delle particelle. Il bilancio di forze viene applicato ad ogni singola particella e questo metodo permette di tenere conto del possibile attrito fra le particelle, di urti anelastici, di particelle non sferiche e coesive.

Il modello DEM permette di ottenere informazioni realistiche e utili riguardo ai micromeccanismi che coinvolgono un materiale granulare su piccola scala. Il modello DEM viene implementato attraverso differenti algoritmi (Jean, 1999; Van Liedekerke et al, 2006) e strategie computazionali. Sono disponibili sia software di simulazioni commerciali sia *open source*.

I limiti del modello DEM sono essenzialmente due:

- non è consigliabile per simulazioni su scala industriale, perché il peso computazionale è elevato visto il notevole numero di particelle;
- non considera particelle reali, ma virtuali idealizzate (spesso sfere), e quest'ultime hanno una dimensione maggiore rispetto a quelle reali.

L'approccio continuo, per studi su scala industriale, è una valida alternativa al DEM.

La relazione tra la velocità e gli sforzi può essere trattata seguendo due diversi approcci.

Il primo si basa sulla teoria elasto-plastica (che descrive la relazione tra sforzo e deformazione di un materiale attraverso una superficie di cedimento, un potenziale plastico e delle regole di flusso) o sulla teoria ipoplastica (che utilizza specifiche relazioni tra il tensore degli sforzi e che è utilizzata per trattare solidi che si deformano in modo irreversibile).

Il secondo approccio per trattare la relazione tra velocità e sforzi consiste nel trattare il materiale granulare come un pseudo-fluido con un comportamento reologico adeguato.

È possibile quindi ottenere la distribuzione di flusso e degli sforzi di un materiale granulare trattandolo come un fluido modificato utilizzando un codice fluidodinamico.

In questa tesi si utilizza un approccio continuo, basato su un modello idrodinamico. Il modello è formulato per materiali non coesivi, secchi, con caratteristiche quindi molto comuni dei materiali usati su scala industriale. Il modello sviluppato (Artoni *et al.*, 2009) parte dalla considerazione che il flusso di materiale granulare è un flusso denso con dissipazione di energia meccanica a causa di forze d'attrito.

Il modello considera il materiale granulare come uno pseudo fluido ignorando eventuali distribuzioni granulometriche del materiale solido. Le equazioni di bilancio e le leggi costitutive tengono conto delle fluttuazioni del campo di velocità, attraverso una grandezza denominata temperatura granulare. Il modello in seguito descritto può essere applicato a qualsiasi geometria di silo completa o di configurazione di flusso e permette di ottenere dei profili di flusso realistici.

## 2.2 Modello di simulazione

Per modellare il flusso di un materiale granulare come un pseudo fluido continuo si utilizzano le equazioni di conservazione della massa, del momento e dell'energia cinetica traslazionale.

### 2.2.1 Equazioni di conservazione

Le equazioni di conservazione che governano il modello descritto si basano su delle ipotesi che permettono di semplificare le equazioni stesse:

- il fluido viene considerato incompressibile;
- il tensore degli sforzi è simmetrico.

Sotto queste assunzioni, il bilancio di massa viene espresso come:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{\mathbf{u}}) = 0 \quad (2.1)$$

dove:

$\rho$ =densità di bulk;

$\bar{\mathbf{u}}$  =vettore velocità.

Considerando che il fluido sia incompressibile, la densità viene assunta pari ad una costante e il bilancio semplificato diviene:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.2)$$

Questa assunzione è accettabile se la variazione di frazione solida  $v$  del materiale in esame è inferiore al 10%; in caso contrario questo tipo di assunzione potrebbe creare dei problemi di consistenza fisica del modello nelle applicazioni pratiche.

Il bilancio di quantità di moto, considerando sempre la condizione di incompressibilità, viene scritto come:

$$\rho \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \rho \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{u}} = -\nabla \bar{\mathbf{T}} + \mathbf{t}^F + \rho \bar{\mathbf{g}} \quad (2.3)$$

dove:

$\bar{\mathbf{g}}$ =accelerazione di gravità;

$\bar{\mathbf{T}}$ =tensore degli sforzi;

$\mathbf{t}^F$ =forza di trascinamento applicata al fluido interstiziale.

In regime di flusso denso e lento la forza di trascinamento  $\mathbf{t}^F$  può essere trascurata.

Il regime di flusso denso è caratterizzato dal numero di inerzia e dalla frazione solida  $v$ .

È possibile identificare tre regimi di flusso caratterizzati dalla frazione solida  $v$  e dal il numero di inerzia definito come:

$$I = \frac{|\dot{\gamma}| d_p}{\sqrt{\frac{p}{\rho}}} \quad (2.4)$$

dove:

$p$ =pressione (componente isotropica del tensore degli sforzi);

$d_p$ =diametro della particella;

$\dot{\gamma}$ =velocità di deformazione.

I regimi di flusso sono i seguenti:

- Regime di flusso quasi-statico per  $I < 10^{-3}$  e  $v \sim v_{\max}$  che corrisponde al valore di massimo impaccamento che dipende dalla forma delle particelle; in questo caso l'inerzia dei grani è trascurabile.
- Regime denso per  $10^{-3} < I < 10^{-1}$  e  $0.4 < v < v_{\max}$ .
- Regime di collisione per  $I > 0.1$  e  $v < 0.4$

Considerando che il tensore degli sforzi  $\bar{T}$  può essere scomposto in una componente sferica  $p\mathbf{I}$  e una componente deviatorica  $\boldsymbol{\pi}$ , è possibile semplificare l'equazione del momento della quantità di moto (2.3) in:

$$\rho \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \rho \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{u}} = -\nabla p - \nabla \boldsymbol{\pi} + \rho \bar{\mathbf{g}} \quad (2.5)$$

Il bilancio di energia cinetica traslazionale per un materiale granulare può essere scritto come:

$$\frac{3}{2} \rho \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{3}{2} \rho \bar{\mathbf{u}} \nabla \theta = -\boldsymbol{\pi} : \nabla \bar{\mathbf{u}} - \nabla \mathbf{q}^T - z^T \quad (2.6)$$

dove:

$\theta$ =temperatura granulare del materiale;

$\mathbf{q}^T$ =flusso di energia diffusivo dell'energia fluttuante;

$z^T$ =termine di dissipazione dell'energia fluttuante.

### 2.2.1.1 Temperatura granulare del materiale

Le fluttuazioni di velocità sono fondamentali nei modelli che descrivono le collisioni in un flusso granulare con comportamento associabile a quello di un gas (Chapman e Cowling, 1991). Il concetto di temperatura granulare è stato introdotto per quantificare queste fluttuazioni di velocità.

Jenkins e Savage (1983) hanno proposto la seguente relazione per la temperatura granulare:

$$\theta = \frac{\langle \tilde{u}^2 \rangle}{3} \quad (2.7)$$



dove  $\tilde{u}$  è la componente fluttuante del vettore velocità. La temperatura granulare può essere considerata come una misura locale della mobilità o scorrevolezza dinamica del pseudo-fluido. Come tale anche nei flussi densi e lenti di materiale granulare le velocità fluttuanti non devono essere trascurate.

Sono stati condotti degli esperimenti per misurare la temperatura granulare di un materiale scaricato da una struttura verticale (Natarajan *et al.*, 1995). Inoltre sono stati condotti studi che hanno permesso di introdurre la temperatura granulare nei modelli che descrivono il flusso denso di materiali granulari (Savage, 1998; Losert *et al.*, 2000; Bocquet *et al.*, 2002; Strumendo e Canu, 2002), come il modello presentato in questo capitolo.

### 2.2.2 Leggi costitutive

Le leggi costitutive permettono di descrivere i meccanismi fondamentali che avvengono durante il flusso di un materiale granulare e relazionare la velocità del materiale, definita da una velocità fluttuante e da una velocità media alla temperatura granulare del materiale. Inoltre permettono di chiudere il sistema formato dalle equazioni di massa, quantità di moto e energia cinetica traslazionale.

I termini da definire attraverso le relazioni costitutive sono: la parte deviatorica del tensore degli sforzi  $\mathbf{T}$ , il vettore del flusso di energia  $\mathbf{q}^T$  e la quantità di energia dissipata  $z^T$ .

#### 2.2.2.1 Flusso di energia

Il vettore del flusso di energia  $\mathbf{q}^T$  viene definito assumendo che l'energia fluttuante si propaghi attraverso un meccanismo di diffusione:

$$\mathbf{q}^T = -\mathbf{K}\nabla\theta \quad (2.8)$$

Il tensore dell'energia fluttuante per diffusione  $\mathbf{K}$  può essere definito come:

$$\mathbf{K} = k\mathbf{I} \quad (2.9)$$

Assumendo diffusione isotropica  $\mathbf{K}$  si semplifica e si assume pari a  $k$ , ossia al coefficiente di energia fluttuante.

Il flusso di energia risulta quindi essere approssimabile a:

$$\mathbf{q}^T = -k\nabla\theta \quad (2.10)$$

Il coefficiente  $k$  è così definito:

$$k = \rho d_p^2 k' \quad (2.11)$$

e si assume che  $k'$ , parametro del coefficiente di diffusione dell'energia fluttuante, sia pari ad una costante.

#### 2.2.2.2 Tensore degli sforzi

Il flusso granulare denso ha un comportamento di tipo viscoso ed è possibile approssimare la parte deviatorica del tensore degli sforzi assumendo che si comporti come un fluido Newtoniano generalizzato:

$$\pi_{ij} = -\eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.12)$$

La viscosità  $\eta$ , nel caso in esame, dipende dall'energia fluttuante, ossia dalla temperatura granulare che è anche una misura della mobilità locale del fluido.

Si definiscono  $\theta^*$  ed  $\eta_0$ , due parametri costitutivi che permettono di far dipendere la viscosità dalla densità  $\rho$ , dal diametro medio delle particelle  $d_p$ , che costituiscono il materiale granulare, e da  $\eta'$ .

La viscosità  $\eta'$  è così definita:

$$\eta' = \eta_0 \exp\left(\frac{\theta^*}{\theta}\right) \quad (2.13)$$

con:

$\eta_0$  = parametro del coefficiente di viscosità;

$\theta^*$  = temperatura di scala.

Nell'espressione che definisce  $\eta'$  viene trascurato il termine che dovrebbe tenere conto della deformazione nel tempo. Questa approssimazione, oltre a semplificare il modello, permette di restringere la validità dello stesso a processi stazionari.

La viscosità viene scalata moltiplicandola per la densità e il diametro della particella:

$$\eta = \rho d_p^2 \eta' \quad (2.14)$$

ottenendo così un coefficiente di viscosità non-newtoniano.

### 2.2.2.3 Energia dissipata

L'energia dissipata viene definita come:

$$z^T = \mu p |\dot{\gamma}| \quad (2.15)$$

dove la velocità di deformazione  $\dot{\gamma}$  è definita come:

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}} \quad (2.16)$$

e il tensore delle velocità di deformazione è definito come:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (2.17)$$

Il coefficiente di attrito interno  $\mu$  è considerato pari ad una costante, anche se potrebbe essere definito come una funzione della velocità di deformazione, della pressione e della temperatura granulare.

Il coefficiente di attrito, assumendo un materiale non coesivo, può essere definito come:

$$\mu = \tan \varphi_e \quad (2.18)$$

dove  $\varphi_e$  è l'angolo di attrito interno del materiale che può essere determinato con prove sperimentali condotte sul materiale.

### ***2.2.3 Bilancio di energia in funzione dello stato del materiale***

Combinando i bilanci di conservazione e le leggi costitutive è possibile semplificare il bilancio di energia in questo modo:

$$\frac{3}{2}\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{3}{2}\rho \bar{\mathbf{u}} \nabla \theta = k \nabla \theta + \dot{Q} \quad (2.19)$$

Il termine  $\dot{Q}$  raggruppa il termine di produzione di energia a causa della deformazione e il termine di dissipazione a causa dell'attrito:

$$\dot{Q} = -\boldsymbol{\pi} : \nabla \bar{\mathbf{u}} - z^T \quad (2.20)$$

Utilizzando una notazione cartesiana, il termine  $\boldsymbol{\pi} : \nabla \bar{\mathbf{u}}$  può essere scritto come:

$$\boldsymbol{\pi} : \nabla \bar{\mathbf{u}} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \eta |\dot{\gamma}|^2 \quad (2.21)$$

Applicando un'opportuna sostituzione l'equazione (2.20) può essere scritta come:

$$\dot{Q} = \eta |\dot{\gamma}|^2 - \mu p |\dot{\gamma}| = |\dot{\gamma}| (\eta |\dot{\gamma}| - \mu p) = |\dot{\gamma}| (\tau - \mu p) \quad (2.22)$$

dove  $\tau$  è lo sforzo di taglio ed è pari a:

$$\tau = \eta |\dot{\gamma}| \quad (2.23)$$

Il bilancio di energia, sostituendo l'equazione (2.22) risulta pertanto essere:

$$\frac{3}{2}\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{3}{2}\rho \bar{\mathbf{u}} \nabla \theta = k \nabla \theta + |\dot{\gamma}| (\tau - \mu p) \quad (2.24)$$

Questo bilancio di energia permette di capire se il cedimento del materiale avviene per dilatazione o contrazione del materiale.

Con queste semplificazioni e sostituzioni il modello può essere comparato con la teoria dello stato critico.

Se il materiale non è sottoposto a nessun tipo di sforzo, niente influisce sulla sua potenziale mobilità perché  $|\dot{\gamma}| = 0$  quindi  $\dot{Q} = 0$  e  $\theta$  è nulla.

Sotto sforzo la condizione  $\tau = \mu p$  è analoga alla condizione di stato critico del flusso granulare senza variazione di volume quindi di nuovo  $\dot{Q} = 0$  ma  $\theta$  rimane uguale al valore iniziale.

La scorrevolezza del materiale invece aumenta se  $|\tau| > \mu p$  o diminuisce se  $|\tau| < \mu p$ .

#### 2.2.4 Condizioni al contorno alla parete

Il comportamento di un materiale granulare alla parete è di fondamentale importanza. Vicino alla parete si possono verificare diversi comportamenti, i più frequenti sono quelli di scorrimento parziale o non scorrimento.

Il comportamento del flusso granulare alla parete è di solito descritto dal criterio di cedimento di Coulomb che descrive lo scorrimento del materiale alla parete granulare relazionando lo sforzo tangenziale e normale,  $\sigma$ , attraverso un coefficiente di attrito alla parete dinamico  $\mu_w$ :

$$\tau = \mu_w \sigma \quad (2.25)$$

L'implementazione di questa equazione all'interno del software di simulazione risulta difficoltosa, quindi si utilizza un'altra condizione di scorrimento.

La condizione di scorrimento di Navier relaziona la velocità tangenziale  $u_t$  alla parete al gradiente della stessa velocità in direzione normale  $n$  alla superficie attraverso un parametro costante  $\lambda$ , chiamato "lunghezza di scivolamento":

$$u_t = \lambda \left| \frac{\partial u_t}{\partial n} \right| \quad (2.26)$$

Questo tipo di approccio permette di valutare i due casi estremi di non-scivolamento, quando la lunghezza di scivolamento tende a 0 ( $\lambda \rightarrow 0$ ), e il caso di scivolamento perfetto nel caso in cui la lunghezza di scivolamento tenda ad infinito ( $\lambda \rightarrow \infty$ ).

Inoltre rispetta il comportamento fisico dal momento che per valori di sforzi normali elevati si considera che non ci sia scivolamento alla parete.

Il valore della lunghezza di scivolamento viene quantificata in proporzione al diametro della particelle  $d_p$ , attraverso un numero adimensionale pari a:

$$k_\lambda = \frac{\lambda}{d_p} \quad (2.27)$$

### 2.2.5 Parametri del modello

Il modello contiene cinque parametri, quattro dei quali sono proprietà del materiale.

Il parametro  $k_\lambda$  non è una proprietà del materiale ma dipende dall'interazione tra le particelle e la parete. Questo parametro viene misurato attraverso degli esperimenti attraverso i quali si calcola il profilo di velocità in vicinanza della parete, usando lo stesso tipo di superficie e lo stesso tipo di particelle. La lunghezza di scivolamento viene quindi calcolata attraverso la relazione:

$$\lambda = \frac{u_t}{\left| \frac{\partial u_t}{\partial n} \right|} \quad (2.28)$$

I parametri  $k', \theta^*, \eta_0$  influenzano il campo di velocità e di temperatura. La loro determinazione sperimentale ottenuta può avvenire mediante misure del profilo di velocità in geometrie semplici.

La temperatura di scala  $\theta^*$  è il parametro che influenza maggiormente il profilo di velocità all'interno del silo e si può assumere che:

$$\theta^* \approx k_\theta g d_p \quad (2.29)$$

Il parametro  $\mu$  dipende dall'angolo di attrito interno del materiale  $\varphi_e$ , attraverso la relazione (2.18).

L'angolo di attrito interno del materiale può essere misurato attraverso celle di shear.

# Capitolo 3

## Studi sperimentali condotti in un silo industriale con e senza inserti

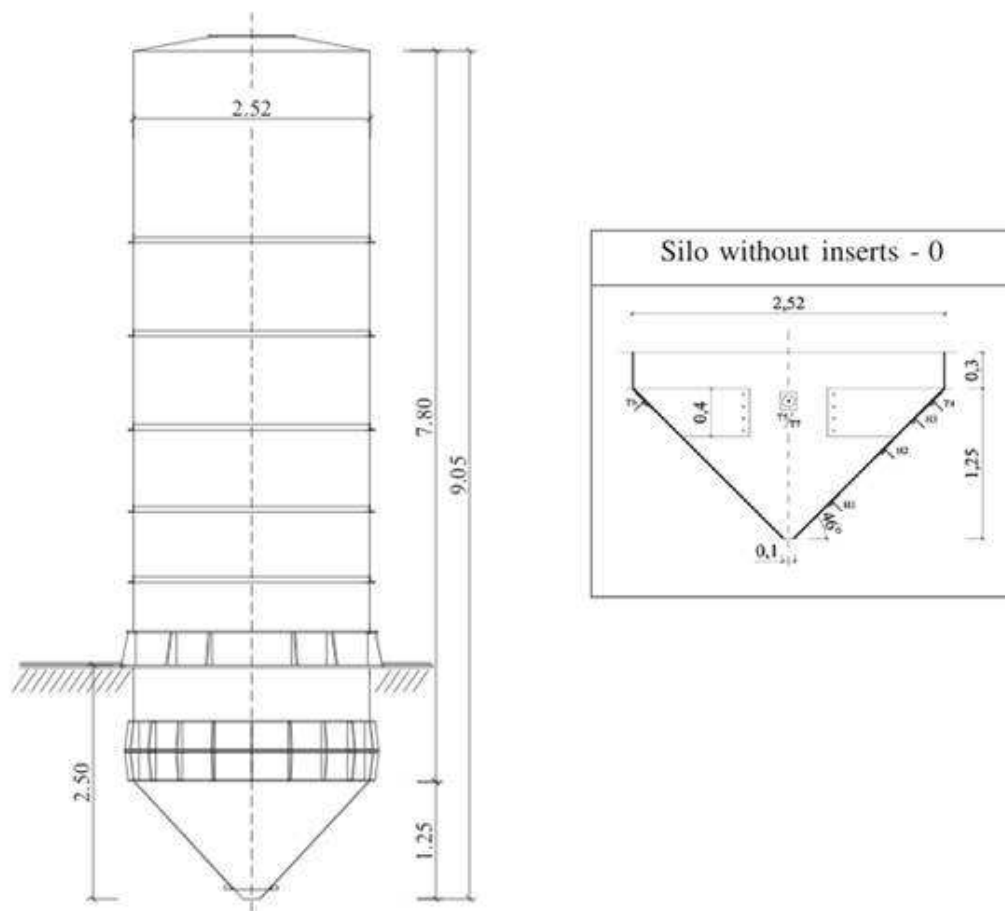
Gli articoli di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) riportano gli studi effettuati in un silo senza inserti e con inserti installati ed i risultati ottenuti sperimentalmente. Questi esperimenti sono stati condotti all'istituto di ricerca Tel-Tek in Norvegia. L'obiettivo di questi studi è di capire come l'inserimento di diversi tipi di inserti influisca sulla distribuzione degli sforzi alla parete del silo e sul regime di flusso durante il riempimento e lo svuotamento di un silo su scala industriale.

In questo capitolo si riportano dettagliatamente questi studi sperimentali che serviranno in seguito. Infatti, a partire dai dati riportati in questi articoli, sono state fatte le simulazioni oggetto della tesi, utilizzando il modello fluidodinamico presentato nel Capitolo 2, e queste sono state confrontate con i dati sperimentali.

### 3.1 Descrizione dell'apparecchiatura sperimentale utilizzata per le misurazioni e caratteristiche del materiale stoccato

#### 3.1.1 Geometria del silo

Gli esperimenti sono stati condotti su un silo di acciaio, formato da una parte superiore cilindrica e da una tramoggia conica, con capacità di 35 m<sup>3</sup>. La sezione cilindrica è alta 7.80 m e presenta un diametro di 2.52 m. La tramoggia conica è alta 1.25 m ed è inclinata rispetto alla verticale di un angolo di 44°. Il diametro del foro di scarico del materiale è di 0.1m (Figura 3.1).



**Figura 3.1** Geometria e misure del silo industriale sul quale sono stati condotti gli esperimenti

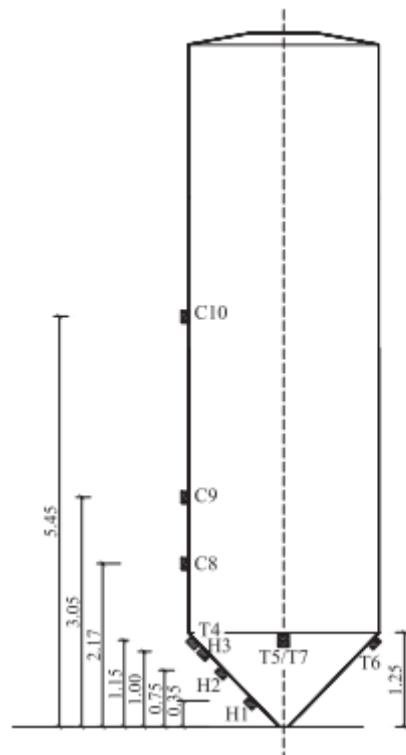
Nel silo è stato caricato un volume totale di materiale pari a  $26 \text{ m}^3$ . Durante la fase di svuotamento il materiale è stato scaricato per gravità. La velocità di scarico misurata è risultata compresa tra 17 e  $25 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Il silo è stato riempito e scaricato in maniera simmetrica. Il flusso di materiale in uscita è stato controllato con l'ausilio di una valvola pneumatica situata 30 cm sotto l'uscita, mediante l'utilizzo di un tubo di acciaio. Con questo accorgimento è stato possibile ridurre l'influenza dell'eccentricità del flusso durante il processo di apertura del foro di scarico.

### 3.1.2 Installazione dei misuratori di pressione

Gli sforzi alla parete sono stati misurati con l'ausilio di 10 celle di pressione situate lungo le pareti del silo: 7 sono state situate nella tramoggia (H1-H3, T4-T7), 3 nella parte cilindrica (C8-C10) come mostrato nella Figura 3.2.





**Figura 3.2** Posizione delle celle di pressione nel silo

Le celle T4-T7 sono state posizionate allo stesso livello, al di sotto della zona di transizione, nella quale il materiale passa dalla parte cilindrica alla tramoggia. Le celle hanno misurato sia gli sforzi normali sia tangenziali, ad eccezione delle celle C8-C10 che hanno misurato solo gli sforzi normali.

Sono state utilizzate celle di pressione con un diametro di 120 mm, create con lo stesso materiale di costruzione del silo, questo per garantire che ogni cella avesse la stessa rugosità e la stessa curvatura della parete del silo. Queste celle sono state tarate usando un campione di riferimento in modo tale da ottenere una risposta di tipo lineare.

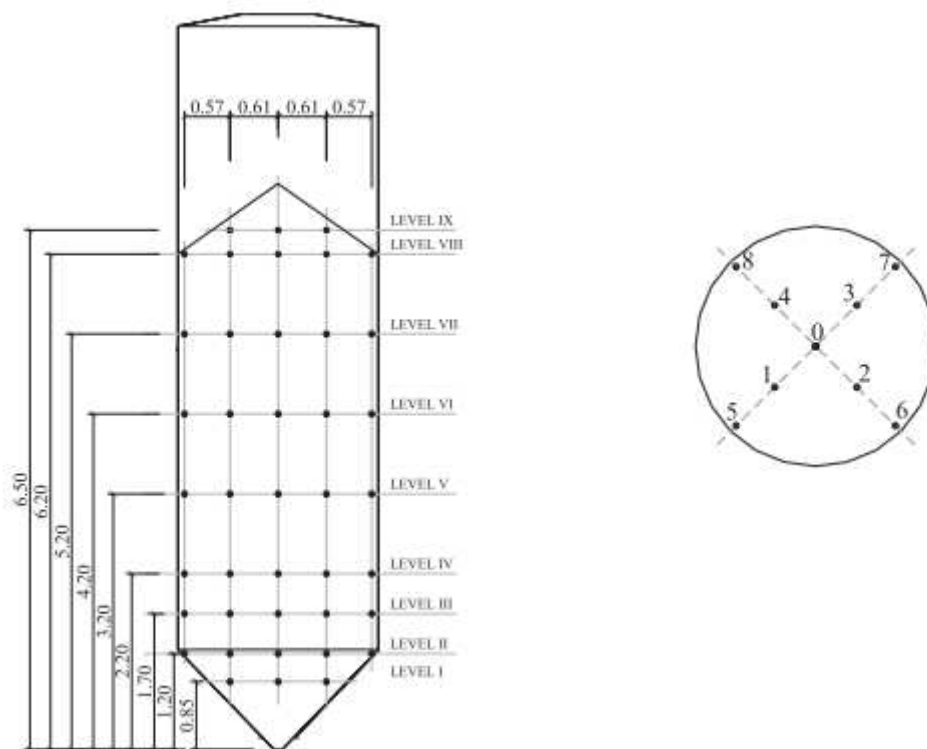
### 3.1.3 Installazione dei misuratori di flusso

La valutazione dell'andamento del flusso nel silo è stata fatta utilizzando dei marcatori.

Durante il riempimento del silo sono stati inseriti dei marcatori con un diametro di 30 mm, in posizioni determinate e precise.

L'uscita dei marcatori dal silo, durante lo scarico del materiale, è stata segnalata da un detector. In questo modo è stato possibile risalire al tempo di residenza di ogni marcatore all'interno del silo.

L'altezza del silo è stata divisa in nove livelli, come mostra la Figura 3.3, in cui sono stati installati dei marcatori. Su sette dei nove livelli sono stati installati nove marcatori; su due livelli cinque marcatori. I marcatori sono stati posizionati lungo due tubi disposti su due diametri della sezione cilindrica del silo, ortogonali tra loro. Un tubo è stato posizionato al centro del silo, quattro sono stati posizionati lungo le sue pareti e quattro in una posizione intermedia compresa tra la parete e il centro.



**Figura 3.3** Posizione dei marcatori nei vari livelli del silo e nella sezione cilindrica del silo

Durante lo scarico, il passaggio dei marcatori numerati attraverso il foro di uscita della tramoggia è stato monitorato e in questo modo si sono ottenuti i tempi di residenza di ogni marcatore all'interno del silo.

Quindi, il profilo di flusso (medio) durante lo scarico è stato ottenuto, sperimentalmente, attraverso i tempi di residenza dei marcatori.

### 3.1.4 Proprietà del materiale stoccato

Nel silo è stata caricata sabbia secca e non coesiva. Le proprietà della sabbia sono le seguenti:

- densità di bulk:  $1370 \text{ kg/m}^3$ ;
- dimensione delle particelle: compresa tra 0.6 e 2 mm;
- angolo di riposo:  $36^\circ$ ;
- angolo di attrito:  $17^\circ$ .

Durante la fase di scarico il profilo superficiale della sabbia è stato misurato ogni dieci minuti dalla cima del silo. Nove punti del profilo misurato sono stati utilizzati per valutare l'angolo di riposo e la velocità di scarico.

## 3.2 Risultati sperimentali: silo senza inserti

Dagli esperimenti è risultato che il silo senza inserti scarica il materiale in regime di *funnel flow* e questo tipo di flusso è provocato dalle misure geometriche della tramoggia. Infatti, per garantire il *mass flow*, la tramoggia deve presentare una certa inclinazione della parete, rispetto alla verticale, come riportato nel §1.2.

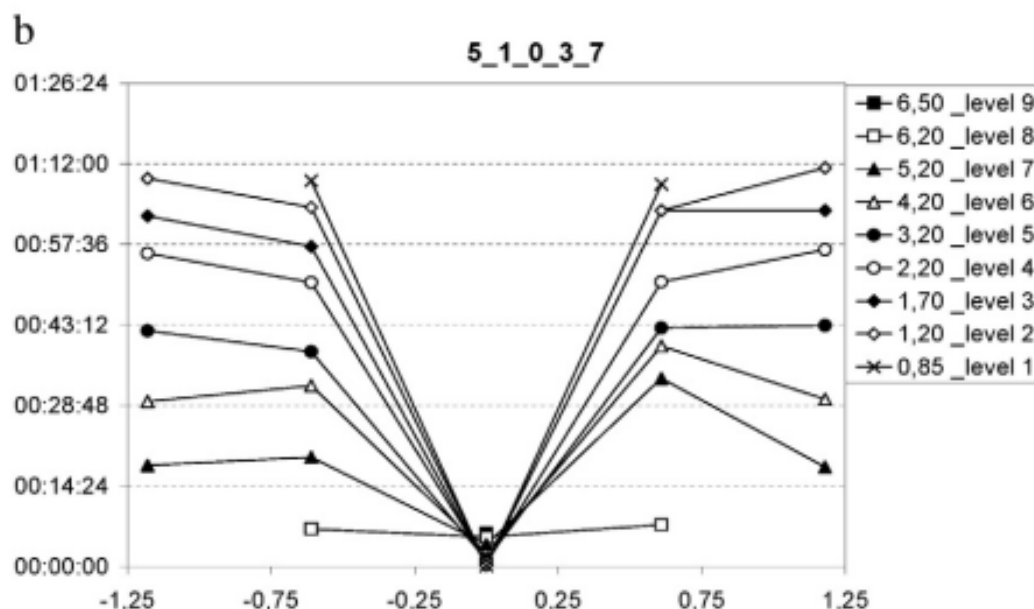
In questo caso particolare l'angolo critico per garantire il *mass flow* deve essere minore o uguale a  $29^\circ$ , come ricavabile dal grafico riportato in Figura 1.3. Questa relazione non è rispettata nella geometria del silo considerato.



**Figura 3.4** Foto della tramoggia senza inserti

### 3.2.1 Profili di flusso

Gli studi di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) hanno mostrato che, nel silo senza inserti, il materiale si muove in regime di *funnel flow* durante l'intera durata dello scarico del materiale.



**Figura 3.5** Risultati sperimentali per il silo senza inserti: tempi di residenza misurati attraverso i marcatori 5,1,0,3,7 (Fig.3.3) localizzati a diversi livelli del silo

Il grafico dei tempi di residenza riportato in Figura 3.5 mostra i tempi di scarico dei marcatori posti a diversi livelli del silo, nelle sezioni 5-1-0-3-7. I marcatori posizionati al centro del silo (marcatore 0) sono stati scaricati più rapidamente, pochi minuti, seguiti dai marcatori in posizione 1 e 3. I marcatori localizzati lontano dal canale interno di flusso (5 e 7) sono scesi per ultimi. Questi dati sperimentali suggeriscono che all'inizio dello scarico si sia creato un canale di flusso abbastanza stretto (*pipe flow*) al centro del silo e sopra il foro di scarico che ha obbligato la sabbia a scendere attraverso di esso. Il materiale vicino alla parete è rimasto stagnante fino a quando il materiale al centro non è stato scaricato completamente. Il diametro del canale di flusso è risultato di circa 1.2 m

Sperimentalmente si è notato che, nonostante il riempimento del silo e lo scarico dello stesso sia stato fatto in maniera assial-simmetrica, il profilo di flusso non è stato esattamente simmetrico.

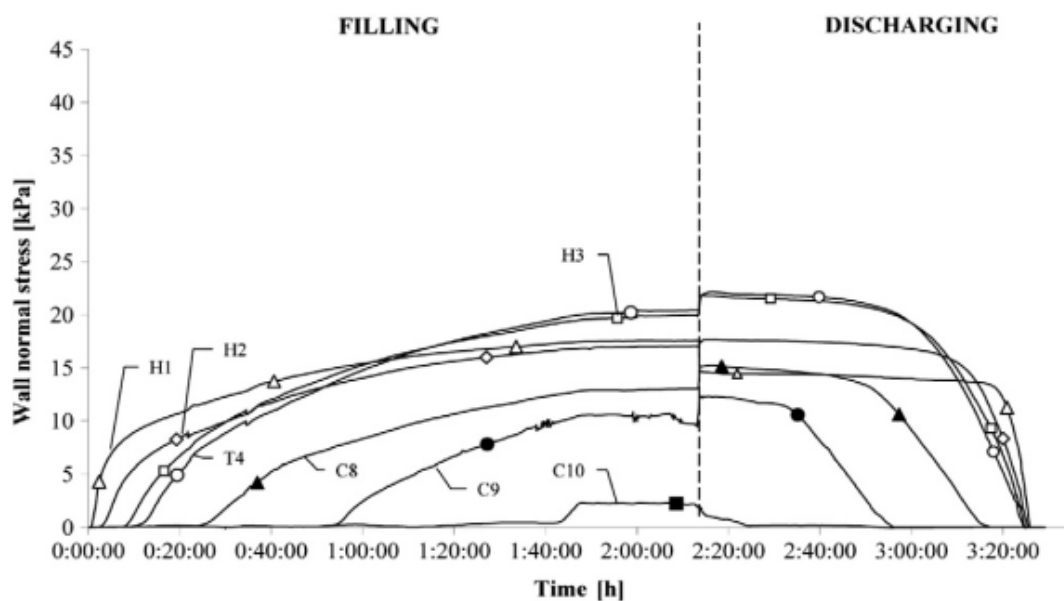
Inoltre si è osservato che il materiale è fluìto nel canale centrale di flusso molto rapidamente e che è stato circondato da una seconda zona di flusso nella quale la sabbia è fluìta con una velocità più bassa.

Si è notato anche che, i marcatori posizionati nella zona compresa tra il centro e la parete hanno presentato tempi di residenza maggiori all'interno del silo rispetto a quelli posti vicino alla parete. Questo fenomeno si è riscontrato al livello V e al livello VII, livelli entrambi situati nella parte cilindrica del silo.

### 3.2.2 Sforzi normali alle pareti

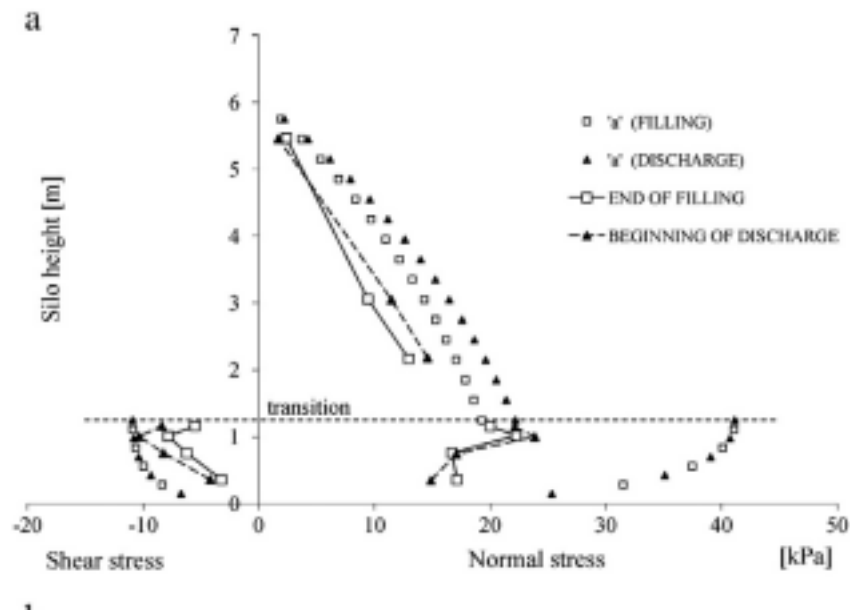
I risultati sperimentali hanno mostrato che all'inizio del flusso si sono registrati degli incrementi degli sforzi alla parete (H3, T4, C8). In particolare questi aumenti si sono registrati nelle celle di pressione poste in prossimità della zona di transizione.

Non appena si è cominciata la fase di svuotamento del silo, il valore dello sforzo normale alla parete è aumentato lentamente; in seguito è rimasto costante per un certo tempo; infine è diminuito. Il valore di sforzo più alto si è registrato nella parte superiore della tramoggia (H3) ed è risultato pari a 24 kPa; il valore più alto misurato nella parte cilindrica è stato di 15 kPa.



**Figura 3.6** Andamento degli sforzi normali alla parete durante la fase di riempimento e di scarico nel silo senza inserti

Grazie ai diversi test condotti, sono disponibili i valori degli sforzi alla parete in corrispondenza delle celle di pressione installate come riportato in Figura 3.2.



**Figura 3.7** Valori degli sforzi normali alla parete e degli sforzi di taglio rispetto all'altezza del silo nel silo senza inserti

### 3.3 Risultati sperimentali: silo con inserti

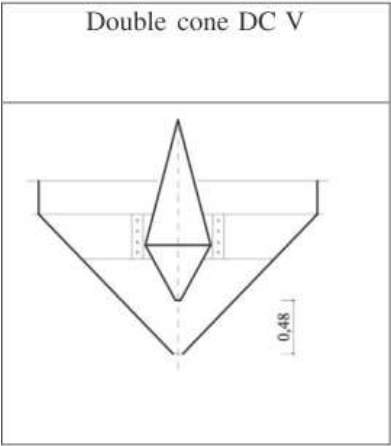
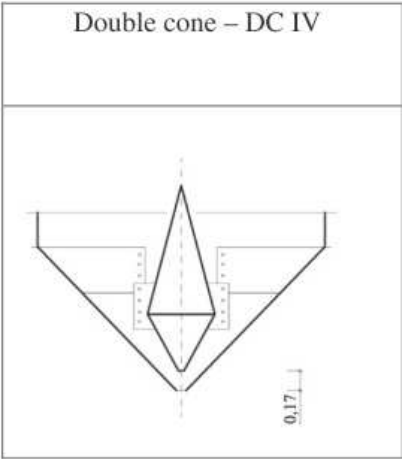
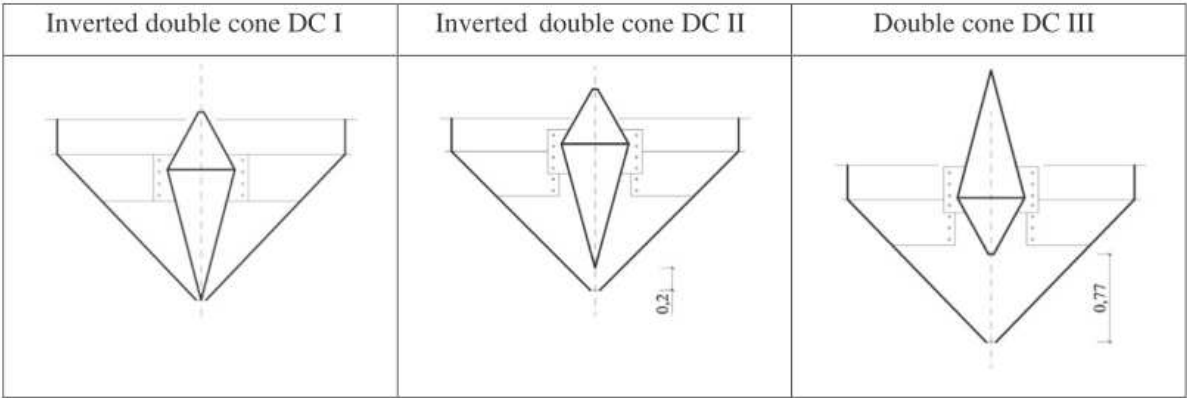
Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) hanno condotto studi sperimentali utilizzando diverse tipologie di inserti:

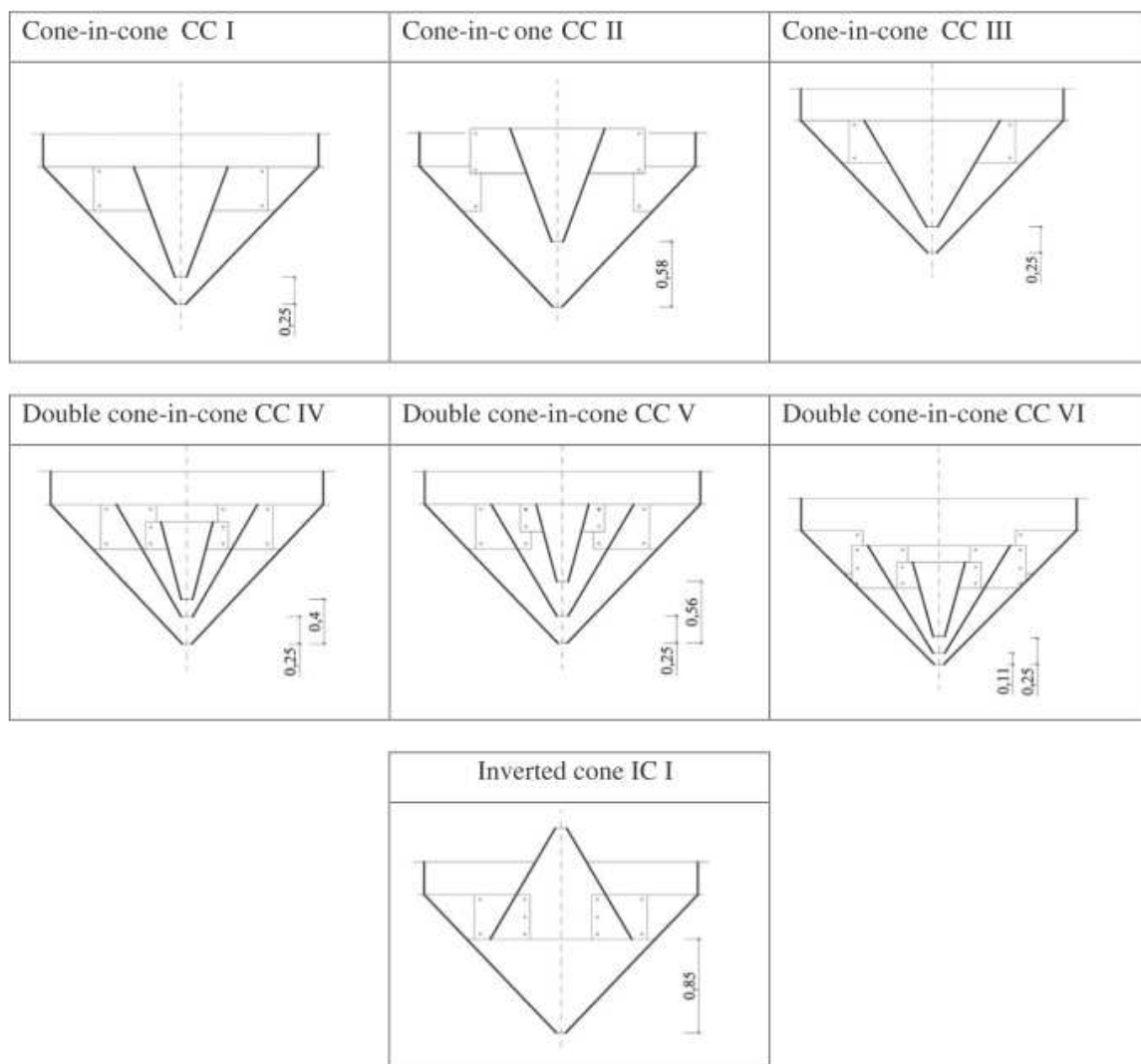
- inserto a doppio cono in posizione normale e invertita (*double cone* e *inverted double cone*);
- inserti a cono, utilizzato singolarmente o in coppia (*cone in cone* e *double cone in cone*);
- inserto a cono in posizione rovesciata (*inverted cone*).

Sono stati condotti più esperimenti usando lo stesso inserto e cambiando la posizione all'interno del silo.

In seguito vengono riportate le immagini che mostrano le geometrie e le misure degli inserti, e le diverse altezze di installazione all'interno del silo.

Per praticità gli inserti, in seguito, verranno richiamati nel testo attraverso le sigle riportate in Figura 3.8.



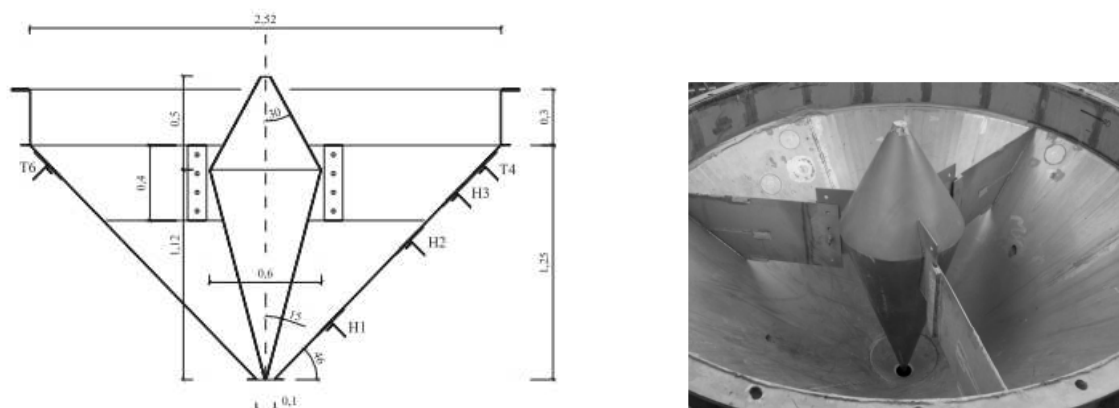


**Figura 3.8** Configurazione dei vari inserti utilizzati per gli esperimenti. Le dimensioni sono in [m]

### 3.3.1 Caso 1: inserto a doppio cono (double cone)

Nel silo con geometria descritta nel §3.1 è stato inserito un inserto a doppio cono invertito. In Figura 3.9 è rappresentato l'inserto all'interno del silo con le relative misure.





**Figura 3.9** Misure e posizione dell'inserto a doppio cono invertito all'interno del silo e immagine reale dell'inserto

L'inserto è stato posizionato in modo assial-simmetrico, in modo da occupare l'intera tramoggia e la parte bassa della sezione verticale del silo. Il diametro dell'inserto è stato scelto pari a circa il 25% della larghezza della tramoggia, come suggerito da Enstad (1999), sulla base di prove effettuate su piccola scala e come riportato in §1.4.

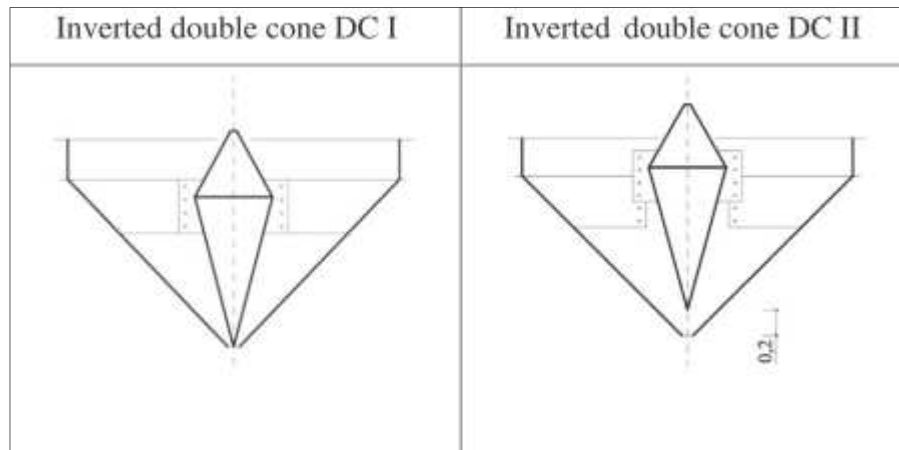
L'inserto è formato da due coni che hanno diversa altezza e la base in comune.

Il cono più grande ha un'altezza di 1.12 m e le sue pareti presentano un'inclinazione pari a  $15^\circ$  rispetto alla verticale. Il cono più piccolo è alto 0.5 m e i suoi lati sono inclinati di  $30^\circ$  rispetto alla verticale. Il diametro della base, comune ad entrambi i coni, è pari a 0.6 m. L'inserto è stato inserito nel silo con l'ausilio di tre alette in acciaio, come mostrato nella Figura 3.9.

Gli esperimenti sono stati condotti installando l'inserto in due posizioni diverse all'interno del silo come mostrato in Figura 3.10: la posizione DC I, come indicato in Figura, è stata descritta in precedenza e pone l'inserto nella posizione più bassa possibile all'interno del silo; nel secondo caso l'inserto a doppio cono è posto 0.2 m più in alto del foro di scarico della tramoggia e questo comporta che il cono ad altezza inferiore, che costituisce la parte superiore dell'inserto, sia collocato interamente nella parte cilindrica del silo.

Le inclinazioni degli inserti sono state scelte in modo tale da rispettare la soglia critica di *mass flow*. La differenza tra l'inclinazione della tramoggia rispetto alla verticale ( $44^\circ$ ) e l'inclinazione del cono più piccolo ( $30^\circ$ ) risulta essere di  $14^\circ$ . Per garantire il *mass flow* l'angolo di inclinazione totale deve essere uguale o inferiore a  $29^\circ$ . La configurazione

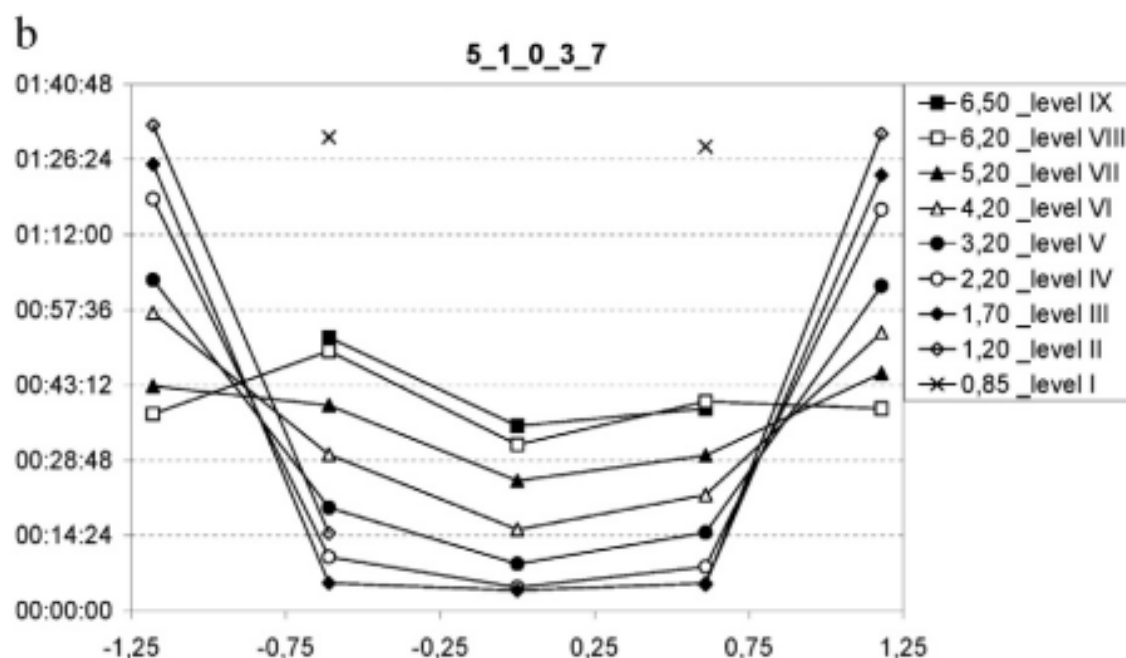
geometrica di questo inserto permette di stare al di sotto della soglia limite di  $29^\circ$ , garantendo anche i  $4^\circ$  raccomandati per ragioni di sicurezza.



**Figura 3.10** Posizioni dell'inserto a doppio cono invertito all'interno del silo. Le misure riportate nell'immagine sono in [m]

### 3.3.1.1 Profili di flusso sperimentali

Gli studi di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) reperiti in letteratura riportano il grafico dei profili di flusso solo per il caso DC I. In Figura 3.11 si può notare come, con l'inserto a doppio cono invertito, il canale di flusso si sia ampliato in modo considerevole rispetto al caso senza inserti. Il regime di *mass flow*, però, non è stato raggiunto e questo perché, secondo Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007), le dimensioni dell'inserto installato sono troppo piccole rispetto al diametro del silo, nonostante siano state seguite le raccomandazioni di Enstad (1999).



**Figura 3.11** Risultati sperimentali ottenuti con inserto DCI: tempi di residenza misurati attraverso i marcatori 5,1,0,3,7 (Fig.3.3) localizzati a diversi livelli del silo

Sperimentalmente si è osservato che all'inizio dello scarico il materiale stoccato ad un'altezza più alta nel silo è fluìto lentamente sia nella zona centrale del silo sia lungo le pareti. Con il procedere della fase di scarico, il diametro del canale di flusso è diminuito e la sabbia alle pareti ha iniziato a franare. I marcatori posti tra la parete e il centro del silo (1 e 3 in riferimento alla Figura 3.3) sono usciti per primi; i marcatori posti alla parete sono usciti per ultimi e in ordine inverso (prima sono usciti i marcatori alla parete posti al livello VIII, poi quelli al livello VII, VI, V, IV, III e II). Questo significa che la sabbia posta vicino alla parete è rimasta stagnante finché non è fluìto dal silo tutto il materiale nel canale centrale.

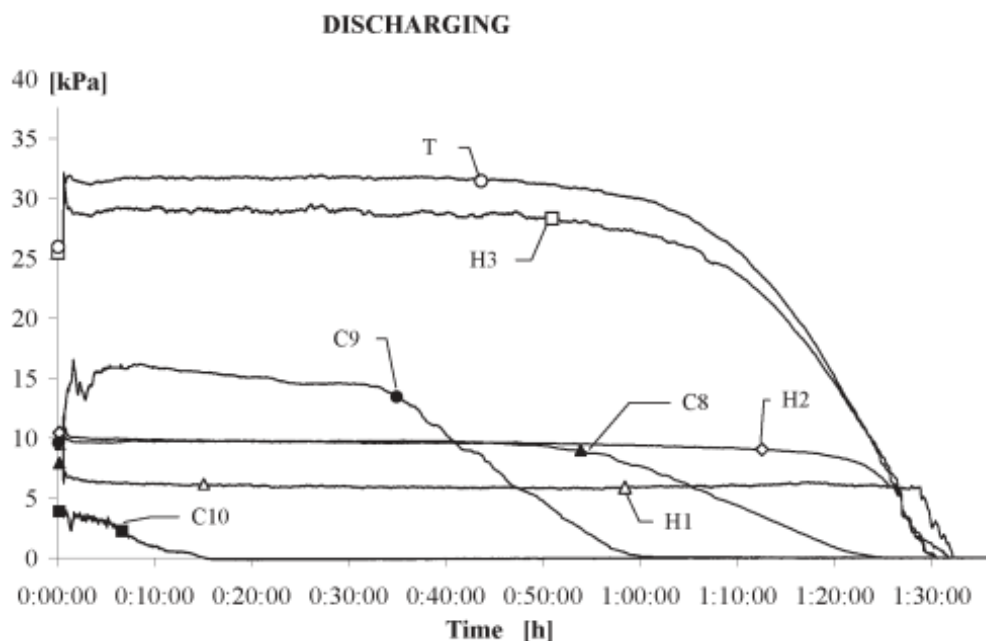
Anche con questa configurazione sperimentale, come già notato nel caso di silo senza inserti, si possono distinguere tre regioni di flusso all'interno del silo: una regione centrale in cui il materiale si muove velocemente; una zona attorno a quella centrale, nella quale il materiale si muove più lentamente; una zona stagnante in cui i marcatori non si muovono finché non vengono esposti alla superficie e cadono nella zona centrale del silo attraverso la quale vengono scaricati.

Il diametro medio del canale di flusso è stato calcolato pari a circa 1.2-2.3 m.

Dagli studi sperimentali si è visto che gli inserti DC II, DC III, DC IV e DC V causano un flusso non uniforme e non apportano alcun vantaggio al profilo di flusso.

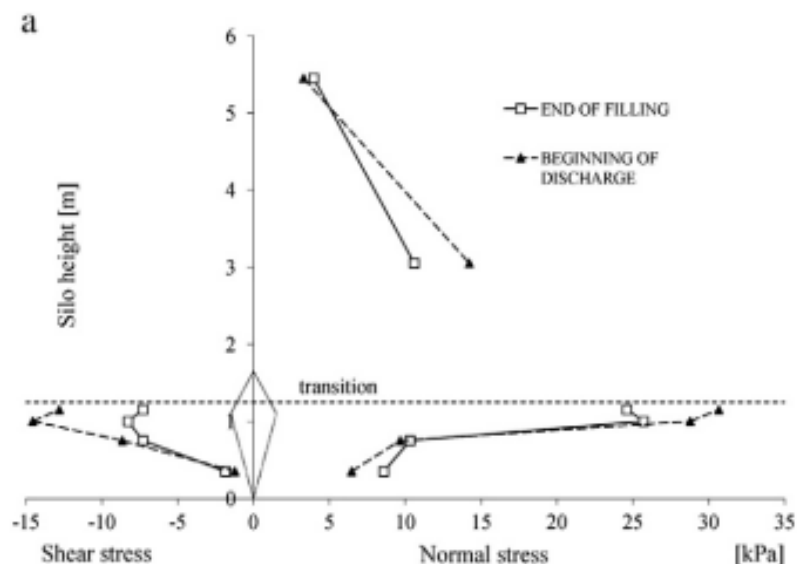
### 3.3.1.2 Sforzi normali alle pareti sperimentali

Durante la fase di scarico gli sforzi misurati alle pareti hanno mostrato un andamento non regolare, come si può notare in Figura 3.12. I vari test sperimentali effettuati per misurare gli sforzi normali alle pareti hanno prodotto risultati molto differenti tra loro, al contrario di quanto accaduto durante i test condotti sul silo senza inserti.



**Figura 3.12** Andamento degli sforzi normali alla parete durante la fase di scarico in un silo con inserto doppio cono invertito DC I

La Figura 3.12 mostra la distribuzione degli sforzi alla parete ottenuti dai test effettuati con DC I. All'inizio della fase di scarico, gli sforzi normali alla parete sono aumentati leggermente sotto la zona di transizione nella tramoggia (circa del 25%) e nella parte cilindrica al di sopra della tramoggia (circa del 35%) rispetto al caso senza inserti. Nella parte inferiore della tramoggia, invece, gli sforzi normali alla parete sono diminuiti del 25% rispetto agli sforzi misurati nel silo senza inserti.



**Figura 3.13** Valori degli sforzi normali alla parete e degli sforzi di taglio rispetto all'altezza del silo nel silo con inserto a doppio cono invertito DC I

Il valore massimo dello sforzo normale alla parete durante la fase di scarico si è misurato al di sotto della zona di transizione. Si è determinato un valore massimo di 14.2 kPa nella parte cilindrica del silo e di 30.7 kPa nella tramoggia.

Dal confronto di questi risultati con quelli ottenuti dagli esperimenti condotti su un silo senza alcun inserto è stato possibile osservare che l'inserto a doppio cono ha causato un forte aumento degli sforzi normali alla parete nella parte superiore della tramoggia e nella parte finale della sezione verticale del silo. In altre parole è possibile affermare che l'aumento degli sforzi si è localizzato nella zona di transizione del silo.

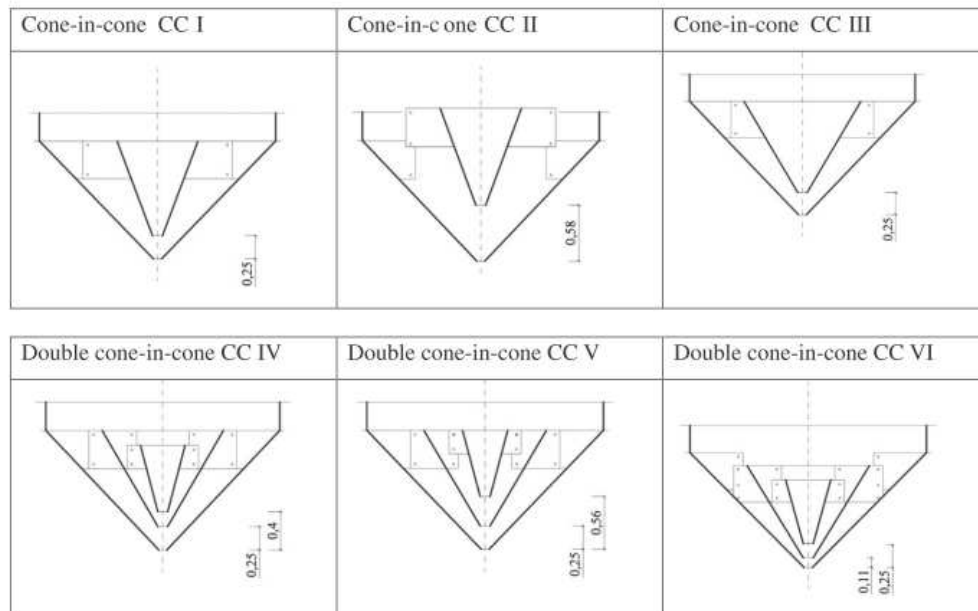
In conclusione questi esperimenti hanno dimostrato che il diametro dell'inserto a doppio cono è stato scelto troppo piccolo e l'inserto non è stato in grado di cambiare il regime di flusso da *funnel flow* a *mass flow*. Inoltre si è osservato che il tipo di inserto e l'inclinazione della parete del cono hanno minore influenza sul flusso rispetto al diametro.

Gli esperimenti sono stati condotti anche ponendo lo stesso inserto in differenti posizioni nel silo e ruotato di 180° come mostrato in Figura 3.8. Per quanto riguarda la posizione dell'inserto all'interno del silo è da preferire che esso sia posto in maniera simmetrica, nella posizione più bassa possibile.

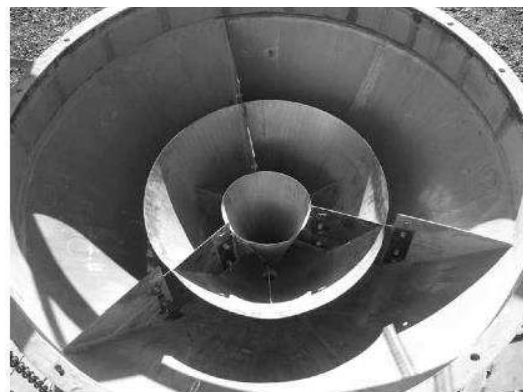
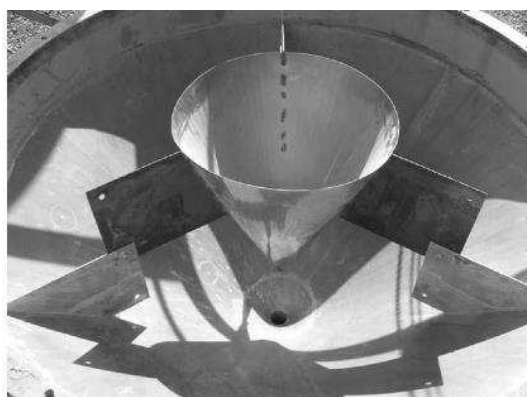
### 3.3.2 Caso 2: inserto a cono (cone in cone)

Nella Figura 3.14 è possibile osservare le diverse configurazioni degli inserti a cono.

Sperimentalmente sono stati usati due diverse configurazioni di inserti a cono: tre configurazioni formate da un solo cono aperto (CC I- CC II- CC III) e tre formate da due coni aperti, posti uno dentro l'altro (CC IV- CC V- CC VI).



**Figura 3.14** Posizioni dell'inserto a cono aperto all'interno del silo. Le misure riportate nell'immagine sono in [m]



**Figura 3.15** Immagini reali di un inserto a cono aperto(a sinistra) e di un inserto a doppio cono aperto(a destra)

I coni utilizzati per creare le diverse configurazioni di inserto presentano lo stesso diametro inferiore, pari a 0.1 m, ossia pari al diametro della tramoggia di scarico. La parete degli inserti CC I e CC II ha un'inclinazione di  $21^\circ$ , il diametro maggiore del cono è pari a 0.86 m e l'altezza è di 1 m. La differenza tra l'inclinazione della parete rispetto alla verticale degli

inserti CC I e CC II e l'inclinazione rispetto alla verticale della tramoggia ( $44^\circ$ ) è pari a  $23^\circ$ , inferiore all'angolo critico pari a  $29^\circ$ .

La parete dell'inserto CC III presenta un'inclinazione di  $31^\circ$ , il diametro maggiore è pari a 1.3 m e l'altezza è di 1m.

La parte inferiore dei coni CC I e CC III è posta ad una distanza di 0.25 m dal foro della tramoggia del silo; la parte inferiore dell'inserto CC II è posto ad una distanza di 0.58 m dal foro di scarico della tramoggia.

Gli inserti CC IV, CC V e CC VI sono formati da un cono di dimensioni maggiori, che ha le stesse dimensioni di CC III, e da un cono di dimensioni inferiori, posto all'interno del cono maggiore, che ha il diametro inferiore pari a 0.1 m, il diametro maggiore pari a 0.48 m e l'inclinazione delle pareti rispetto alla verticale è pari a  $15^\circ$ .

Il cono maggiore dell'inserto CC IV è posto ad una distanza di 0.25 m dal foro di scarico della tramoggia, quello inferiore ad una distanza di 0.4 m.

Il cono maggiore dell'inserto CC V è posto ad una distanza di 0.25 m dal foro di scarico della tramoggia, quello inferiore ad una distanza di 0.56 m.

Il cono maggiore dell'inserto CC VI è posto ad una distanza di 0.11 m dal foro di scarico della tramoggia, quello inferiore ad una distanza di 0.25 m.

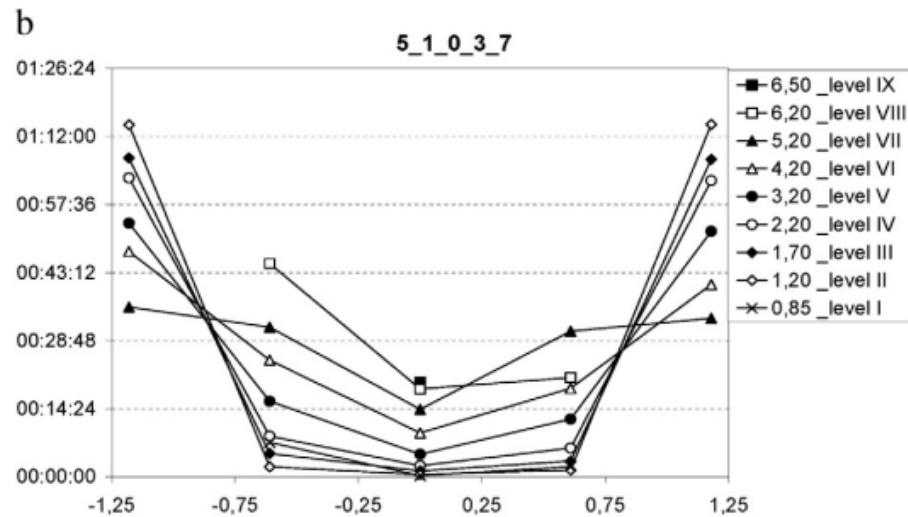
### 3.3.2.1 Profili di flusso sperimentali

Gli studi di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) reperiti in letteratura riportano i profili di flusso nel silo contenente gli inserti CC I, CC III e CC IV.

I risultati di questi studi hanno mostrato che, in maniera simile a quanto accade per l'inserto a doppio cono, il canale di flusso in presenza dell'inserto *cone in cone* amplia la zona di flusso rispetto al caso senza inserto. La zona di flusso più lenta, che si viene a creare all'esterno della zona di flusso a velocità maggiore, è più ampia rispetto alla stessa zona identificata nel silo senza inserti. Si è notato inoltre che, all'inizio dello scarico, il materiale localizzato al centro del silo era tutto in movimento, mentre la sabbia in prossimità della parete presentava una velocità inferiore rispetto a quella al centro. Successivamente, come nel caso di inserto a doppio cono, il materiale vicino alla parete ha iniziato a franare verso l'uscita.

Con l'inserto CC I si è notato che la configurazione di flusso è simile a quella generata con l'inserto a doppio cono, ed è quindi possibile distinguere tre regioni di flusso a velocità differente. I marcatori posti al centro del silo e nella zona tra il centro e la parete del silo

(1,0,3,4,2) sono stati scaricati in regime di *plug flow*, mentre i marcatori localizzati vicino alla parete sono usciti in ordine inverso (sono usciti prima i marcatori posti al livello VII, poi quelli al livello VI,V,IV,III,II).

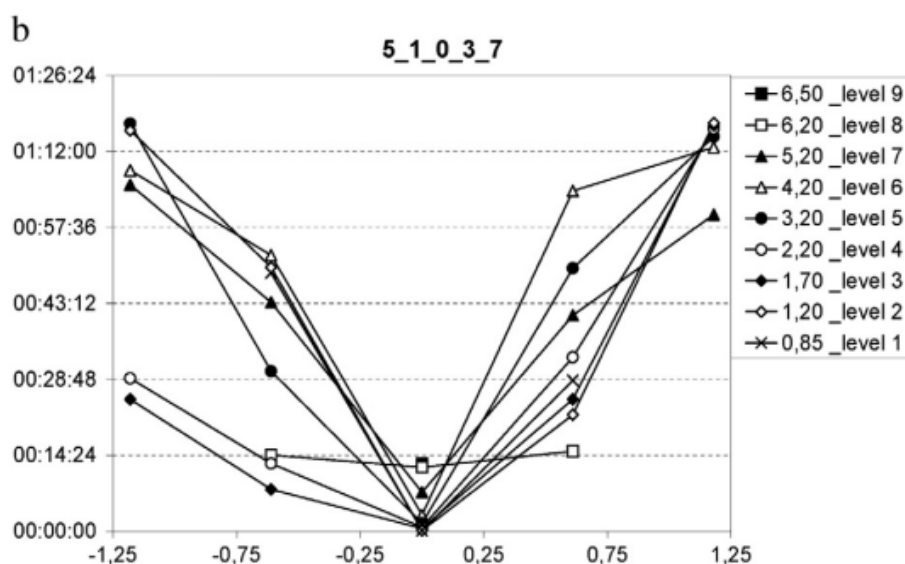


**Figura 3.16** Risultati sperimentali ottenuti con inserto CC I: tempi di residenza misurati attraverso i marcatori 5,1,0,3,7 (Fig.3.3) localizzati a diversi livelli del silo

Inserendo l'inserto CC III, i risultati sperimentali hanno evidenziato la presenza di un *pipe flow*. Il canale di flusso in cui il materiale granulare scorre velocemente è risultato circondato da una zona di flusso lento. Con questo tipo di inserto il regime di flusso che si è registrato è molto simile a quello del silo senza inserti.

I marcatori posizionati nella zona tra la parete e la parete centrale del silo sono usciti seguendo un flusso erratico. Questo tipo di flusso è stato giustificato dal fatto che i marcatori 1, 3, 4 e 2 si sono trovati nella zona di demarcazione tra flusso veloce e flusso lento.





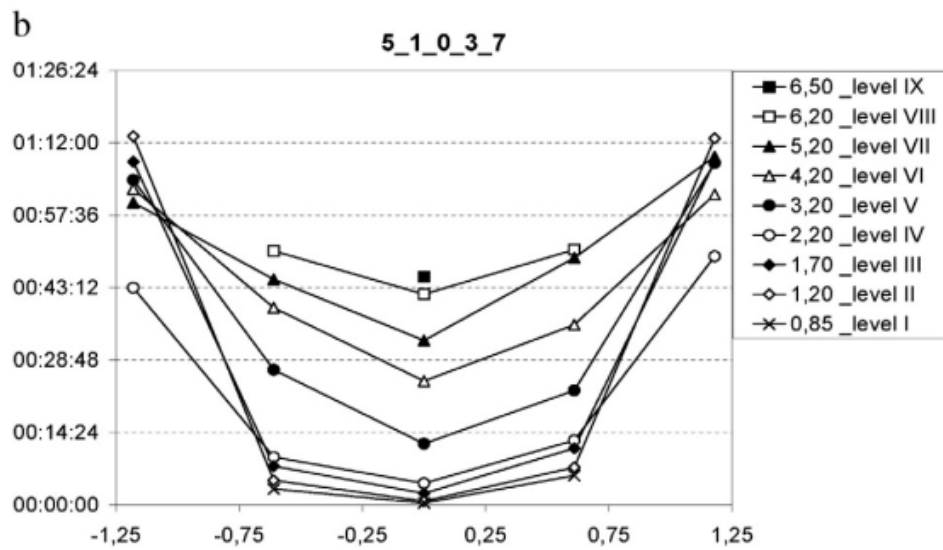
**Figura 3.17** Risultati sperimentali ottenuti con inserto CC III: tempi di residenza misurati attraverso i marcatori 5,1,0,3,7 (Fig.3.3) localizzati a diversi livelli del silo

Confrontando i risultati ottenuti con gli inserti a cono si è trovato che l'inserto che ha modificato maggiormente il flusso, avvicinandolo al regime di *mass flow*, è stato l'inserto CC IV. Il canale di flusso è stato maggiore rispetto ai casi con gli inserti CC I e CC II. Inoltre si è osservato che il canale di flusso si ampliava se l'inserto veniva posizionato più in alto rispetto al foro di scarico della tramoggia, inserto CC IV, rispetto che vicino al foro di scarico, inserto CC VI.

Nel caso dell'inserto VI la distanza dal foro della tramoggia e il cono più grande dell'inserto è circa uguale al diametro di scarico del silo; nel caso dell'inserto IV, invece, questa distanza è circa due volte rispetto al diametro del foro di scarico. Questa differenza di posizione dell'inserto spiegherebbe il motivo della maggior efficienza in termini di flusso dell'inserto IV.

Un'altra osservazione avanzata, visti i risultati degli esperimenti, è stata quella riguardante la distanza reciproca tra i due coni che costituiscono l'inserto. I coni dell'inserto IV sono posti ad una distanza di 0.15 m, circa pari al diametro di scarico del silo, mentre i coni dell'inserto V sono posti ad una distanza pari a circa tre volte il diametro della tramoggia.

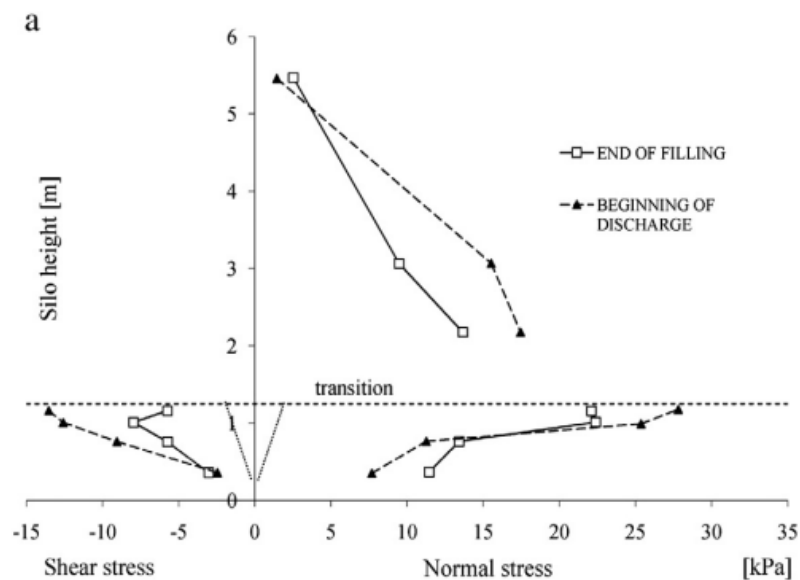
Il caso dell'inserto IV è risultato più favorevole del caso con l'inserto V.



**Figura 3.18** Risultati sperimentali ottenuti con inserto CC IV: tempi di residenza misurati attraverso i marcatori 5,1,0,3,7 (Fig.4.3) localizzati a diversi livelli del silo

### 3.3.2.2 Sforzi normali alle pareti sperimentali

Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) hanno riportato i dati degli sforzi alle pareti per gli inserti CC I, CC III e CC IV. Il più alto valore di sforzo alla parete è stato misurato con l'inserto CC IV, sia nella parte cilindrica che nella tramoggia.

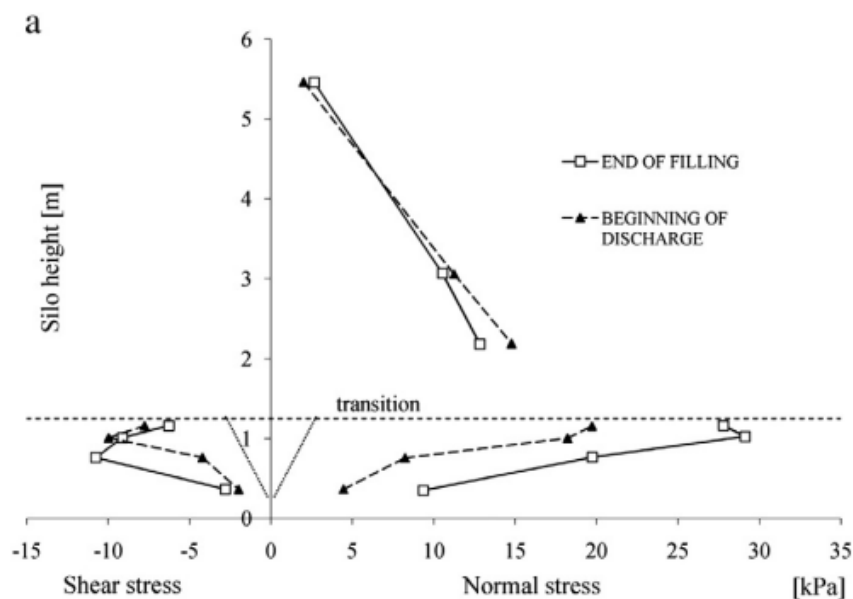


**Figura 3.19** Valori degli sforzi normali alla parete e degli sforzi di taglio rispetto all'altezza del silo nel silo con inserto a cono CC I

Utilizzando questa tipologia di inserti si è registrato un aumento degli sforzi normali alla parete nella zona di transizione e una diminuzione nella parte inferiore della tramoggia.

L'incremento degli sforzi normali alla parete nella zona inferiore della parte cilindrica del silo rispetto agli sforzi misurati nel silo senza inserti è risultato diverso a seconda dell'inserto: incremento del 28% per CC I, 16% per CC III e 82% per CC IV.

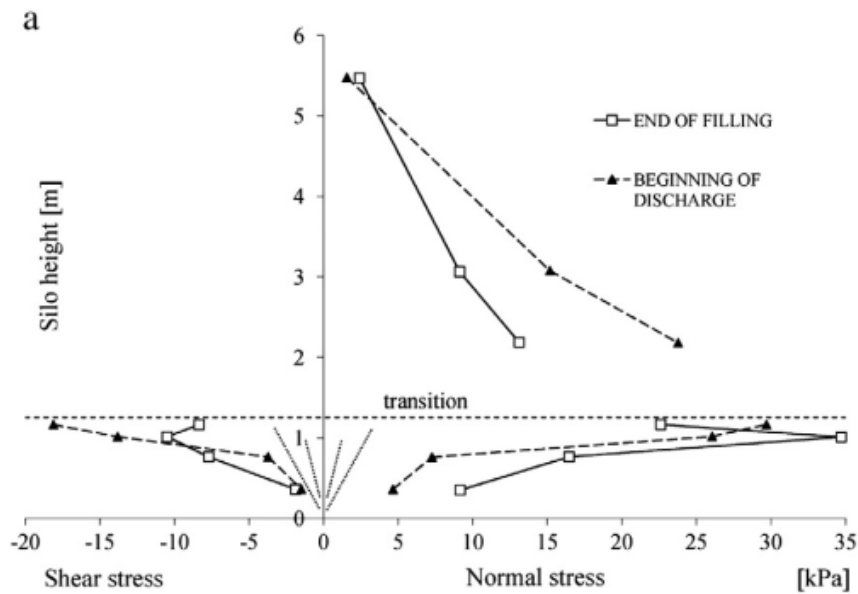
Questa differenza di incremento si può ricondurre all'aumento del canale di flusso che scarica il materiale in regime di *mass flow*: più ampio è il canale di flusso, più alti sono gli sforzi normali alla parete.



**Figura 3.20** Valori degli sforzi normali alla parete e degli sforzi di taglio rispetto all'altezza del silo nel silo con inserto a doppio cono invertito CC III

Nel caso dell'inserto CC I gli sforzi sono aumentati del 26% nella zona di transizione; con l'inserto CC III gli sforzi normali alla parete, nella zona al di sotto della zona di transizione, sono aumentati più del 46% (eccezione fa la cella T4, per la quale lo sforzo è diminuito del 30%).

Con l'inserto CC IV lo sforzo normale alla parete è aumentato del 45 %.

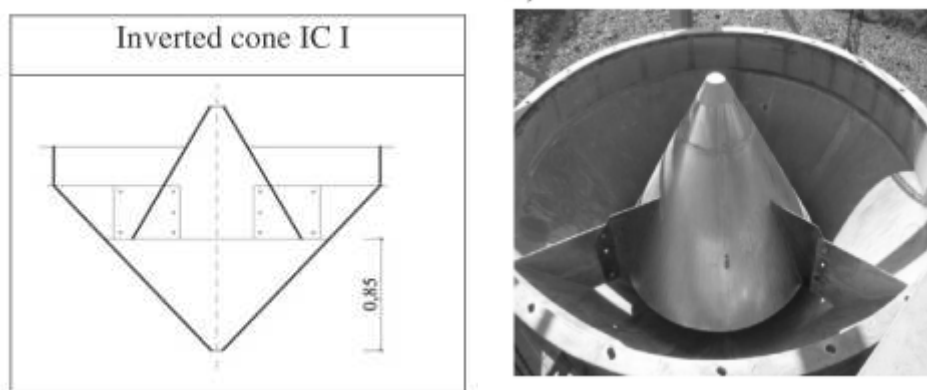


**Figura 3.21** Valori degli sforzi normali alla parete e degli sforzi di taglio rispetto all'altezza del silo nel silo con inserto a doppio cono invertito CC IV

La riduzione degli sforzi alla parete nella parte bassa della tramoggia sono state misurate del 33% per CC I, 58% per CIII e 56% per CC IV. Gli sforzi massimi durante lo scarico sono stati misurati nella fase di transizione: 25 kPa nella parte cilindrica del silo, 30 kPa nella tramoggia per CC IV.

### 3.3.3 Caso 3: inserto cono invertito (*inverted cone*)

Il diametro massimo del cono invertito IC I è pari al 50% del diametro del silo e l'inclinazione delle pareti rispetto alla verticale è pari a  $31^\circ$ , valore che supera il valore di soglia limite per garantire il *mass flow*. L'inserto è posto ad una altezza di 0.85 m rispetto al foro di scarico della tramoggia (Figura 3.22).

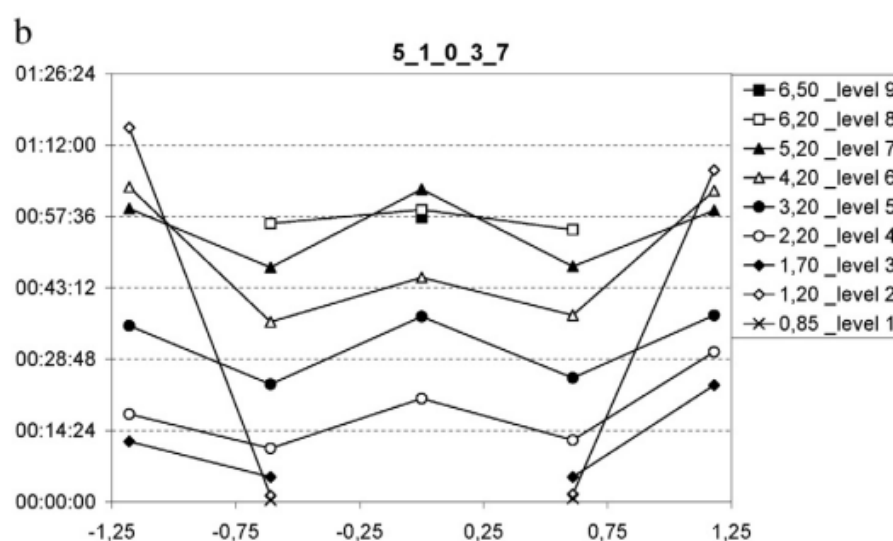


**Figura 3.22** Misure e posizione dell'inserto a cono invertito all'interno del silo e immagine reale dell'inserto

### 3.3.3.1 Profili di flusso sperimentali

Con l'utilizzo dell'inserto a forma di cono invertito si riesce a convertire quasi completamente il *funnel flow*, che si verificava nel silo senza inserti, in *mass flow*.

All'inizio dello scarico, il materiale veniva scaricato in modo uniforme.



**Figura 3.23** Risultati sperimentali ottenuti con inserto IC I: tempi di residenza misurati attraverso i marcatori 5,1,0,3,7 (Fig.3.3) localizzati a diversi livelli del silo

Dalla realizzazione del profilo di flusso riportato nel grafico di Figura 3.23 si è ottenuto che per un certo tempo il materiale è fluìto con regime simile al *mass flow*; nell'ultimo stadio di svuotamento flusso è passato in regime di *funnel flow*. I marcatori nella posizione 1, 0, 3, 4 e 2 sono usciti dal silo secondo un ordine tipico del *mass flow*. I marcatori posti vicino alla parete, ossia nella posizione 5, 6, 7 e 8 escono in ordine di posizione dal livello III al livello V. Poi, in ordine sono usciti i marcatori posti vicini alla parete del livello VII, VI e II.

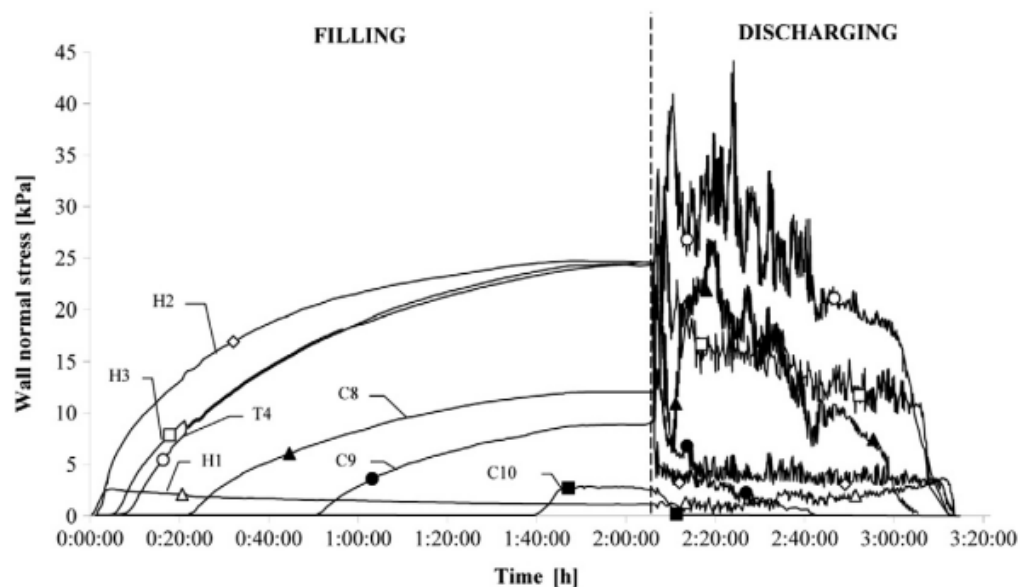
Quindi, solo qualche marcatore localizzato vicino alla parete e lungo la zona di transizione del silo sono usciti per ultimi a causa di una zona stagnante che si è creata in prossimità della zona di transizione (il livello II è stato posto in corrispondenza della zona di transizione).

Si è inoltre osservato che la sabbia sopra l'inserto presentava una velocità minore rispetto alla sabbia tra il centro e le pareti del silo. Questo è stato spiegato dal fatto che l'inclinazione della parete dell'inserto è di due gradi maggiore,  $31^\circ$ , rispetto all'inclinazione di flusso critica per garantire il *mass flow*.

### 3.3.3.2 Sforzo normale alla parete sperimentali

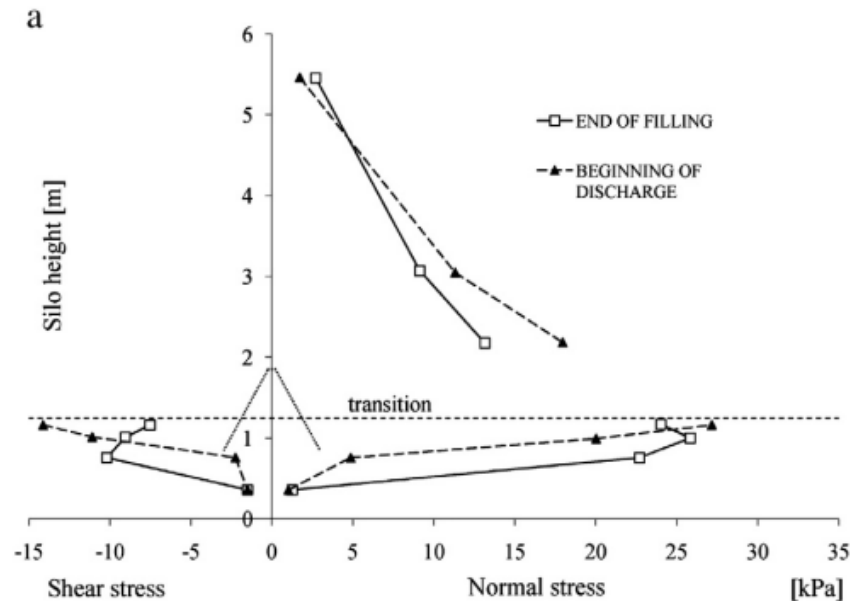
Dopo il riempimento del materiale gli sforzi massimi si sono registrati nella parte superiore della tramoggia con un valore di 26 kPa. Un piccolo aumento degli sforzi alla parete durante il riempimento e lo scarico è stato causato dal fatto che la maggior parte del peso del materiale grava sull'inserto.

Durante la fase di scarico si è notata un'oscillazione persistente degli sforzi normali alla parete, come è possibile osservare nella Figura 3.24.



**Figura 3.24** Andamento degli sforzi normali alla parete durante la fase di riempimento e di scarico nel silo con inserto IC I

Durante la fase di scarico il massimo valore di sforzo alle pareti nella parte cilindrica del silo è stato misurato pari a 18 kPa e di 27 kPa nella tramoggia.



**Figura 3.25** Valori degli sforzi normali alla parete e degli sforzi di taglio rispetto all'altezza del silo nel silo con inserto a doppio cono invertito IC I

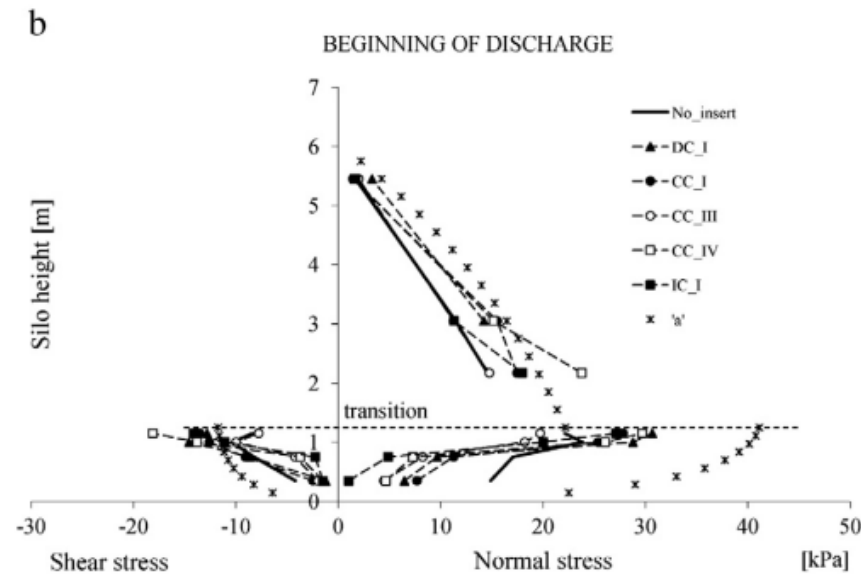
Nella tramoggia, eccetto che nella zona di transizione, lo sforzo alla parete è diminuito. Concludendo si può dire che il diametro dell'inserto (50% del diametro del silo) si è rivelato sufficiente per promuovere il *mass flow*. L'inclinazione dell'inserto dovrebbe essere inferiore a  $31^\circ$ , per ottenere un flusso in completo regime di *mass flow*.

### 3.4 Comparazione degli studi sperimentali e conclusioni finali

Durante la fase di scarico del silo con inserti, rispetto al caso di silo senza inserti, gli sforzi normali alla parete sono aumentati nella parte cilindrica del silo, nella tramoggia, nella zona subito sottostante alla zona di transizione e sono diminuiti nella parte bassa della tramoggia.

Con l'inserimento dell'inserto CC IV si è registrato il valore più alto di sforzo normale alla parete (25 kPa) nella parte cilindrica del silo durante la fase di scarico.

Con l'inserto DC I si è misurato il valore più alto (31 kPa) sempre durante la fase di scarico nella zona di transizione della tramoggia (Figura 3.26).



**Figura 3.26** Confronto tra i valori degli sforzi normali alla parete e degli sforzi di taglio rispetto all'altezza del silo con inserti e senza inserti

Riassumendo, i principali risultati ottenuti dagli studi sperimentali condotti sulla sabbia non coesiva sono stati i seguenti:

- i risultati sperimentali non possono essere trasferiti direttamente su un silo con una geometria diversa;
- nel silo senza inserti si è evidenziata una zona di flusso in regime di *funnel flow*, all'interno della quale si identifica una zona a *pipe flow*, e un'ampia zona stagnante lungo la parete del silo. Il canale di flusso è risultato più ampio nel caso del silo con inserti e il diametro di tale canale di flusso è risultato dipendere dal diametro e dal tipo di inserto;
- il *mass flow* non è stato raggiunto con l'installazione di alcun inserto, anche se si è dimostrato che l'inserto a cono rovesciato IC I è il più efficiente a promuovere il *mass flow* grazie alle dimensioni del diametro maggiore del tronco di cono. Questo inserto riesce a modificare il *funnel flow* in *mass flow*, anche se è stata comunque evidenziata una piccola zona stagnante localizzata vicino alla zona di transizione. Il flusso di materiale nel silo è risultato asimmetrico e si è riscontrato un flusso eccentrico che è risultato maggiore nel caso in cui nel silo fossero installati degli inserti;
- si è osservato che la distribuzione degli sforzi alla parete, nel silo con gli inserti, dipende dall'ampiezza del canale di flusso, dalla posizione e dalla forma dell'inserto. L'evoluzione degli sforzi alla parete durante la fase di scarico con gli inserti è risultata più oscillante se comparata con l'evoluzione degli sforzi alla parete nel caso di silo



senza inserti. Il cambiamento degli sforzi è risultato più significativo nel silo con gli inserti piuttosto che nel silo senza inserti a causa dell'aumento del diametro del canale di flusso. All'inizio dello scarico nel silo senza inserti il valore massimo degli sforzi normali alla parete si è misurato in corrispondenza della zona di transizione tra la tramoggia e la parte cilindrica del silo. Nel caso di silo con gli inserti il valore massimo dello sforzo si è misurato in una posizione più alta, al di sopra della zona di transizione. Lo sforzo normale alla parete nel silo con gli inserti è aumentato del 20-60% (nella parte bassa della parte cilindrica del silo) e del 45% (nella parte alta della tramoggia in prossimità della zona di transizione) rispetto al silo senza inserti, ad eccezione che nella parte bassa della tramoggia (vicino all'inserto e al di sotto di esso), dove si è verificato un grosso decremento di pressione, circa del 90%, spiegato dal fatto che il peso del solido non grava completamente sulla parete del silo, ma una parte grava sull'inserto. La più elevata variazione di sforzo si è verificata con l'inserto CC IV nella tramoggia, con l'inserto DC I nella parte alta della tramoggia con IC I nella parte bassa della tramoggia;

- in termini di flusso gli inserti a doppio cono hanno provocato una minor variazione rispetto al silo senza inserti e questo è spiegabile con il diametro del cono che avrebbe dovuto essere maggiore del 25% rispetto al diametro della tramoggia. Si è osservato che la posizione simmetrica degli inserti all'interno del silo è la posizione migliore possibile per trasformare il *funnel flow* in *mass flow*;
- per l'inserto *cone in cone*, la presenza di un cono più piccolo interno ad un cono maggiore ha diminuito la larghezza della zona stagnante vicino alle pareti del silo. Si sono individuati dei rapporti geometrici tra i due coni che costituiscono l'inserto *cone in cone* e che aiutano a migliorare il flusso all'interno del silo. L'inclinazione delle pareti del cono più piccolo rispetto alla verticale dovrebbe essere la metà dell'inclinazione delle pareti rispetto alla verticale del cono di dimensioni maggiori. La minima distanza tra il foro di scarico della tramoggia del silo e il cono interno più grande dovrebbe essere due volte più grande del diametro di uscita del materiale e la distanza minima tra i due coni interni dovrebbe essere uguale al diametro di uscita.



# Capitolo 4

## Implementazione numerica del modello

Il modello presentato nel Capitolo 2 è stato implementato attraverso *Comsol Multiphysics 4.3*, un software commerciale-scientifico che permette simulazioni multifisiche attraverso l'accoppiamento di una o più fisiche all'interno dello stesso modello. È quindi possibile implementare modelli che richiedono la risoluzione di più fisiche simultaneamente. Permette di risolvere problemi ingegneristici e scientifici basati su equazioni differenziali alle derivate parziali (PDE).

Per risolvere i modelli, *Comsol Multiphysics 4.3* utilizza il metodo agli elementi finiti (FEM). L'implementazione del modello in *Comsol Multiphysics 4.3* ha permesso di riprodurre l'esperienza sperimentale riportata nel Capitolo 3 attraverso delle simulazioni. In questo Capitolo si evidenziano pertanto le principali scelte effettuate per implementare le simulazioni.

### 4.1 Introduzione a *Comsol Multiphysics 4.3*

La prima selezione da fare in *Comsol Multiphysics 4.3* è scegliere la dimensione spaziale della simulazione: 3D, 2D assial-simmetrico, 2D, 1D assial-simmetrico, 1D, 0D.

Successivamente è possibile scegliere la fisica del modello teorico che si intende implementare. È possibile accoppiare più modelli fisici per descrivere il modello teorico globale o scegliere il modello in uno step successivo.

L'ultimo passo, prima di procedere con l'inserimento dei dati e con l'assegnazione delle condizioni al contorno e delle condizioni iniziali, consiste nel decidere il tipo di studio che si vuole condurre, per esempio stazionario (*stationary*) o dipendente dal tempo (*time dependent*).

E' comunque possibile condurre più simulazioni con tipologie di studio diverse o scegliere in un secondo momento quale tipo di studio si vuole fare (*custom studies*).

Nel caso in esame è stato scelto di lavorare in 2D assial-simmetrico e di condurre uno studio dipendente dal tempo.

## 4.2 Dichiarazione dei parametri e delle variabili

All'interno della sezione (*node*) *Global Definitions* di *Comsol Multiphysics 4.3* è possibile definire i parametri (*parameters*) del modello che si intende implementare. I parametri sono numeri scalari che rimangono invariati per la geometria e per il modello e che vengono utilizzati per definire le equazioni dello stesso.

I parametri del modello dichiarati nel caso studiato sono:

- Densità di bulk  $\rho$
- Accelerazione di gravità  $g$
- Parametro del coefficiente di viscosità  $\eta_0$
- Temperatura di scala  $\theta^*$
- Parametro del coefficiente di diffusione dell'energia fluttuante  $k'$
- Coefficiente di attrito interno  $\mu$
- Numero adimensionale di scivolamento  $k_\lambda$

I valori per condurre la simulazione e le unità di misura sono riportati in Tabella 4.1.

**Tabella 4.1.** Parametri del modello

Parametri modello	Valore	Unità di misura
Densità di bulk	1370	kg/m <sup>3</sup>
Accelerazione di gravità	9.81	m/s <sup>2</sup>
Parametro del coefficiente di viscosità	4	Pa·s/m <sup>2</sup>
Temperatura di scala	5	K
Parametro del coefficiente di diffusione dell'energia fluttuante	4	-
Coefficiente di attrito interno	5.5	-
Numero adimensionale di scivolamento	10.5	-

All'interno della sezione *Parameters* sono stati inseriti anche altri valori necessari per definire in seguito condizioni al contorno e condizioni iniziali al modello. Questi valori sono riportati nella Tabella 4.2.

**Tabella 4.2.** Condizioni iniziali e condizioni al contorno

Condizioni al contorno e iniziali	Valore	Unità di misura
Temperatura al contorno $T_0$	0.6	K
Valore iniziale velocità, $u_0$	0.7	m/s
Temperatura iniziale, $T_i$	0.6	K
Pressione iniziale, $P_0$	5	Pa

Infine, all'interno della stessa sezione, viene inserito il valore della dimensione media delle particelle necessario a calcolare la lunghezza di scivolamento e il valore della scala per l'adeguamento della velocità al valore finale.

**Tabella 4.3.** Altri parametri definiti

Altri parametri	Valore	Unità di misura
Diametro medio particella, $d_p$	1.3	mm
Scala per l'adeguamento della velocità di uscita	10	s

All'interno del modello (*Model 1*), vengono definite le variabili (*variables*).

Le variabili sono definite da relazioni matematiche che intervengono all'interno del modello, localmente o globalmente, oppure vengono utilizzate per creare una geometria parametrica.

La sintassi utilizzata per dichiarare parametri e variabili dovrà essere la stessa utilizzata per definire il modello in *Comsol Multiphysics 4.3*.

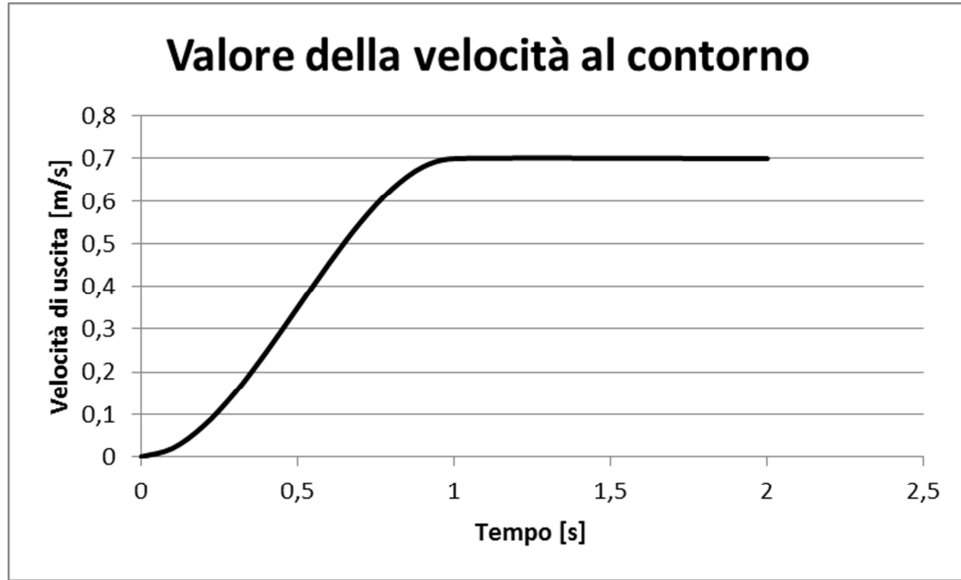
Le variabili definite nel caso di studio sono riportate in Tabella 4.4.

**Tabella 4.4.** Variabili dichiarate per completare la definizione del modello

Variabile	Espressione	Descrizione
$\dot{Q}$	$ \dot{\gamma}  \cdot (\tau - \mu p)$	Termine di produzione di energia
$\eta'$	$\eta_0 \exp\left(\frac{\theta^*}{\theta}\right)$	Viscosità effettiva
$\tau$	$\eta \cdot  \dot{\gamma} $	Sforzo di taglio
$\eta$	$\rho d_p^2 \eta'$	Coefficiente di viscosità non Newtoniano
$k$	$\rho d_p^2 k'$	Coefficiente di diffusione dell'energia fluttuante
$\lambda$	$k_\lambda d_p$	Lunghezza di scivolamento

Al fine di agevolare la simulazione, all'interno della sezione *Variables* viene definita una funzione denominata *soft start*. Questa funzione permette di inserire all'interno del modello una fase transitoria per la velocità di scarico. Il valore della velocità è utilizzato come condizione al contorno per le equazioni del moto. La funzione *soft start* fa partire la velocità da un valore pari a 0 al tempo 0 e la aumenta fino al valore desiderato,  $u_0$ , e impostato nella sezione *Parameters*, al tempo  $t_0$ .

Un esempio di questa funzione viene riportato in Figura 4.1. La figura riporta solo un esempio dell'andamento della funzione ipotizzando una velocità finale pari a 0.7 m/s.



**Figura 4.1** Esempio della funzione “soft start” usata per impostare la velocità di uscita come condizione al contorno.

La funzione *soft start* definita in *Variables* è:

$$soft\ start = \begin{cases} 2 \cdot t_1^3 + 3 \cdot t_1^2 & \text{se } t_1 \leq 1 \\ 1 & \text{se } t_1 > 1 \end{cases} \quad (4.1)$$

con  $t_1 = \frac{t}{t_{sc}}$ .

Il valore definito all’interno dei parametri, ossia la scala per l’adeguamento della velocità di uscita, è  $t_{sc}$ .

La velocità in uscita al silo viene dunque calcolata attraverso la seguente relazione:

$$u_{00} = u_0 \cdot soft\ start \quad (4.2)$$

I parametri dichiarati in *Comsol Multiphysics 4.3* per la definizione della velocità di uscita sono riportati in Tabella 4.5.

**Tabella 4.5.** Variabili per il calcolo della velocità d'uscita

Variabile	Espressione	Descrizione
<b>Soft start</b>	$(t_1 \leq 1) \cdot (-2 \cdot t_1^3 + 3 \cdot t_1^2) + (t_1 > 1) \cdot (1)$	Starting function
$u_{00}$	$u_0 \cdot \text{soft start}$	Valore velocità uscita
$t_1$	$\frac{t}{t_{sc}}$	Tempo scalato

La funzione *soft start* è un accorgimento che permette di semplificare la simulazione, complessa dal punto di vista computazionale.

Un altro accorgimento utilizzato e spiegato in seguito riguarda la scelta della geometria. Utilizzando infatti un modello 2D assial-simmetrico vengono ridotti i gradi di libertà del modello.

### 4.3 Geometria del modello

Prima di procedere alla finale definizione del modello, viene definita la geometria. È possibile utilizzare forme predefinite nel software, o combinazione di esse, oppure importare la geometria da un file esterno, come per esempio in formato *.dxf*.

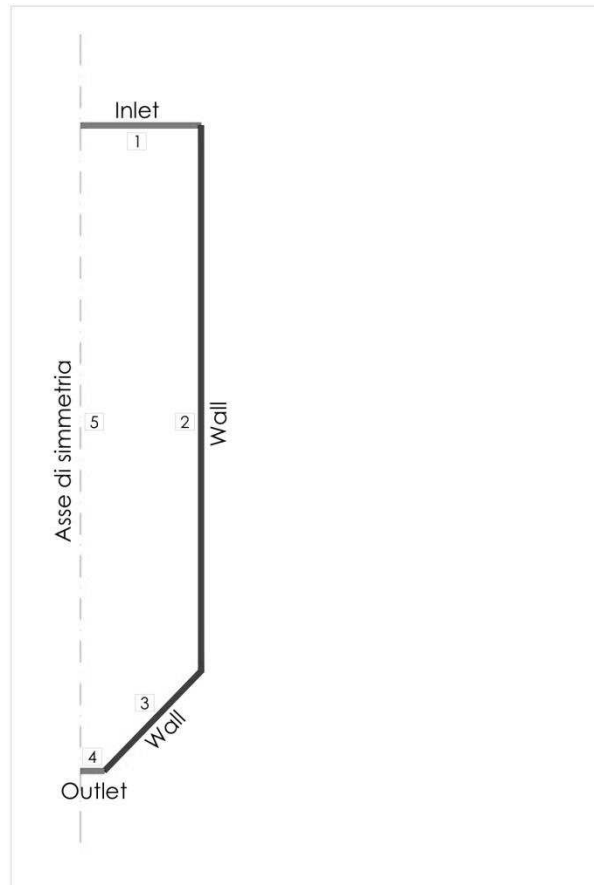
Nel caso in esame la geometria è stata definita utilizzando la funzione *Polygon* che permette di costruire la geometria come una sequenza di segmenti collegati.

I punti necessari alla costruzione della geometria sono stati inseriti in *Comsol Multiphysics 4.3* attraverso un file *.txt* in cui sono stati riportati i punti corrispondenti al vertice del poligono e i punti corrispondenti ai vertici dell'inserito.

In questa tesi sono state analizzate diverse geometrie di silo si possono ricondurre a due casi principali: silo senza inserti e silo con inserti.

In generale il silo è stato rappresentato come riportato in Figura 4.2, nella quale è evidenziato l'asse di simmetria, la parete di ingresso (*Inlet*), la parete di uscita (*Outlet*) e le pareti esterne del silo (*Wall*). Poi sono stati inseriti gli inserti, sempre attraverso un file *.txt* per simulare i casi con gli inserti.





**Figura 4.2** Geometria assiale del silo con evidenziate pareti di ingresso e uscita, pareti esterne (wall) e asse di simmetria

Per i dettagli riguardo alla varie geometrie utilizzate e alla misure delle stesse si rimanda al Capitolo 5. Nel caso degli inserti CC e dell'inserto IC, le pareti dell'inserto in *Comsol Multiphysics 4.3* sono state definite come *Interior Wall*.

## 4.4 Definizione del modello in *Comsol Multiphysics 4.3*

Per definire il modello teorico globale all'interno del nostro software usato per la simulazione si accoppiano due modelli fisici: *laminar flow* (spf) e *heat transfer* (ht).

### 4.4.1 Laminar Flow

L'interfaccia Laminar Flow viene utilizzata per modellare un fluido monofasico in regime di flusso laminare utilizzando l'equazione di continuità e quella di Navier-Stokes.

*Comsol Multiphysics 4.3* per descrivere un flusso laminare utilizza le seguenti equazioni generiche:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \mu(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T)] + \mathbf{F} \quad (4.3)$$

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4.4)$$

che corrispondono alle equazioni (2.3) e (2.2) del modello teorico. Le equazioni subiscono o meno delle semplificazioni a seconda degli input inseriti dall'utente nel software. Per esempio è possibile scegliere, come nel nostro caso, di considerare il fluido incomprimibile con conseguente semplificazione delle equazioni. Le equazioni subiscono anche delle variazioni a seconda del tipo di studio, se è stazionario o dipendente dal tempo.

Il termine  $\mathbf{F}$  all'interno dell'equazione (4.3) corrisponde alla forza di volume, definita come:

$$\mathbf{F} = -\rho \mathbf{g} \quad (4.5)$$

che verrà definita in seguito.

All'interno dell'interfaccia Laminar Flow è possibile inserire delle sezioni che permettono di adattare il modello predefinito in *Comsol Multiphysics 4.3* al modello teorico.

In particolare le sezioni inserite sono le seguenti: proprietà del fluido (*Fluid Properties*), simmetria assiale (*Axial Symmetry*), proprietà alla parete (*Wall*), valori iniziali (*Initial Values*), condizioni al contorno in ingresso (*Inlet*), condizioni al contorno in uscita (*Outlet*), forze di volume (*Volume Force*).

All'interno di *Fluid Properties* si impone il dominio di applicazione e si definiscono la densità del fluido e la viscosità. La prima è definita richiamando il parametro definito in *Comsol Multiphysics 4.3*; la viscosità,  $\eta$ , invece, dipende dalla relazione definita nelle variabili.

In *Axial Symmetry* viene definita qual è l'asse di simmetria del silo; la rotazione attorno ad esso permette di ottenere l'immagine del silo in 3D.

Le proprietà alla parete vengono definite in *Wall*. In questa sezione devono essere definite le pareti esterne, in riferimento alla Figura 4.2 le pareti 2 e 3 e viene definita la condizione al contorno, ossia velocità di scivolamento viscoso alle pareti.

Questa condizione permette di descrivere un comportamento intermedio tra le due condizioni limite di scivolamento e non scivolamento. Lo scivolamento alla parete è una peculiarità del materiale granulare, al contrario di un fluido classico che ha una velocità pari a zero alla parete.

Nella sezione *Wall*, dunque, viene definita la lunghezza di scivolamento definita come variabile in *Comsol Multiphysics 4.3* come riportato nella Tabella 4.4.

Per quanto riguarda le condizioni iniziali ne viene definita solo una riguardante la pressione iniziale e valida sull'intero dominio. La pressione iniziale, come dichiarato nella sezione *Parameters*, viene posta pari a 5 Pa.

Le condizioni al contorno, invece, sono diverse a seconda della parete su cui sono imposte.

La parete 1 indicata nella Figura 4.2 è l'ingresso del materiale granulare (*inlet*). Su questa parete viene posta la condizione di sforzo normale,  $f_0$ , nullo:

$$f_0 = 0 \quad (4.6)$$

Sulla parete di uscita, parete 4, viene imposta una velocità normale di uscita pari a  $u_{00}$  definita dall'equazione 4.2, dal momento che il materiale viene scaricato con una certa portata fissata.

La sezione *Volume Force* permette infine di esplicitare le forze di volume come già riportato nell'equazione 4.5.

#### 4.4.2 Heat transfer

L'interfaccia *heat transfer* viene utilizzata per modellare scambi di calore che avvengono per mezzo di un meccanismo conduttivo o convettivo.

*Comsol Multiphysics 4.3* per descrivere gli scambi di calore utilizza la seguente equazione generica:

$$C_p \rho \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + C_p \rho \bar{\mathbf{u}} \nabla \theta = \nabla \cdot (\mathbf{k} \nabla T) + \dot{Q} \quad (4.7)$$

analoga all'equazione 2.19. definita nel modello teorico.

Come nel caso del *Laminar Flow* le equazioni subiscono o meno delle semplificazioni a seconda degli input inseriti dall'utente nel software. Per esempio è possibile definire  $\dot{Q}$  attraverso una relazione imposta dall'utente che utilizza il software. Nel caso in esame  $\dot{Q}$  è definito come riportato nella Tabella 4.4. L'equazione subisce anche delle variazioni a seconda del tipo di studio, se è stazionario o dipendente dal tempo.

All'interno dell'interfaccia *Heat Transfer* è possibile inserire delle sezioni che permettono di adattare il modello predefinito in *Comsol Multiphysics 4.3* al modello teorico.

Nella sezione *Heat Transfer in fluids* si definisce il campo di velocità (*velocity fields*) e lo si dichiara uguale al campo dato dalla soluzione delle equazioni del *Laminar flow*. In questa sezione inoltre si definisce la conduttività termica  $k$ , la densità  $\rho$  e il calore specifico a pressione costante  $C_p$ .

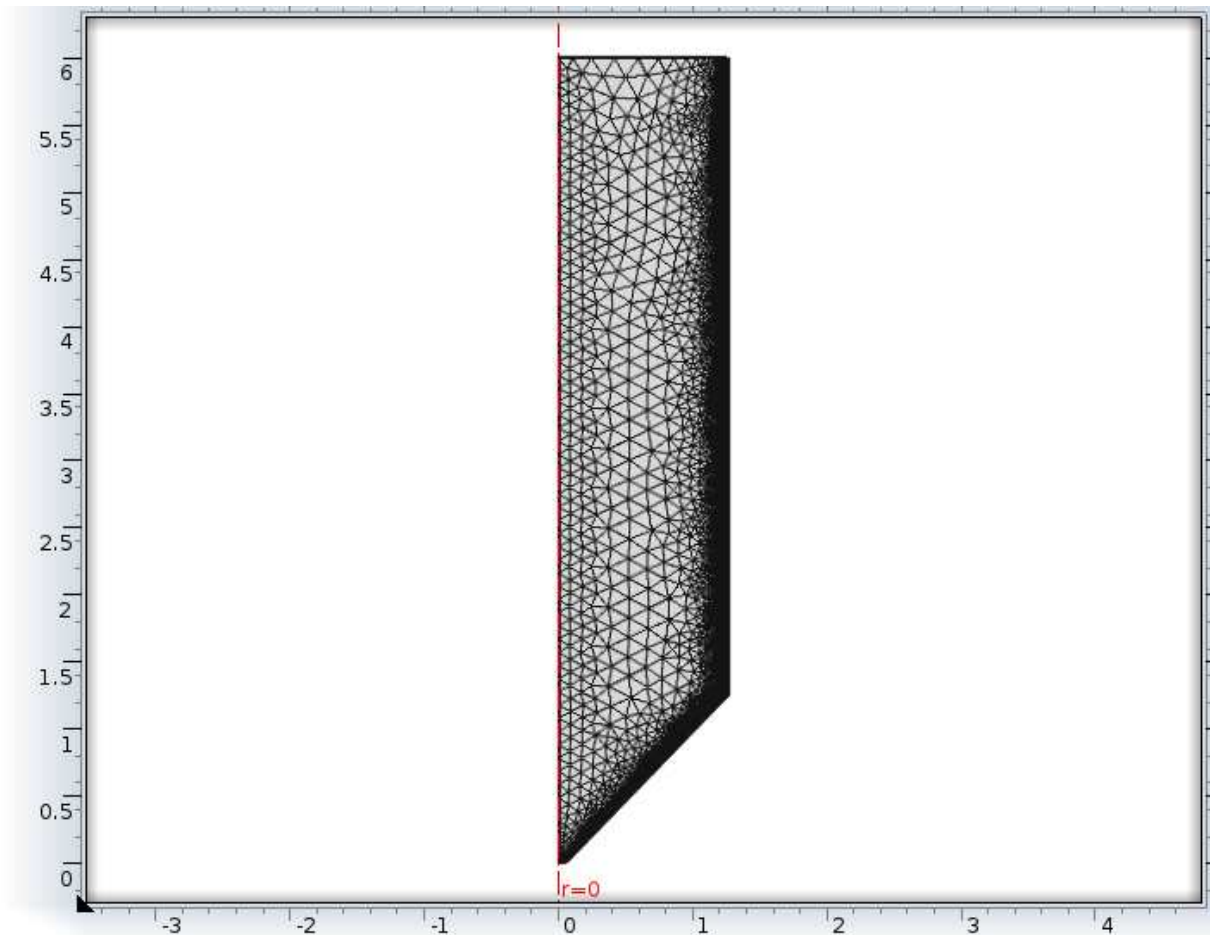
Nella sezione *Axial Symmetry* viene definito qual è l'asse di simmetria del silo; la rotazione attorno ad esso permette di ottenere l'immagine del silo in 3D.

Si aggiunge la sezione *Thermal Insulation* che permette di definire in quali pareti si impone l'isolamento termico. Facendo riferimento alla Figura 4.2 si impone isolamento termico alle pareti contraddistinte con i numeri 2 e 3.

Si impone un valore iniziale pari a  $T_i$ , definito nella Tabella 4.2, all'interno della sezione *Initial Values*. Si definisce all'interno della sezione *General Source* il valore della sorgente di calore del modello descritto che è pari a  $\dot{Q}$ . Infine si dichiara qual è la parete di uscita del flusso all'interno della sezione *Outflow* (in riferimento alla Figura 4.2 la parete di uscita corrisponde alla parete indicata con il numero 4) e la temperatura in ingresso al silo nella sezione definita *Temperature*. In quest'ultima sezione si dichiara la parete di ingresso in Figura 4.2 corrisponde alla parete 1) e si definisce la temperatura su questa parete pari a  $T_0$  come definita nella Tabella 4.2.

#### 4.4.3 Mesh

La forma delle celle della mesh è triangolare. È stata scelta una mesh non uniforme: celle più piccole in corrispondenza delle pareti esterne del silo e alle pareti di uscita del materiale. Questo per avere una soluzione più precisa in corrispondenza soprattutto delle pareti esterne sulle quali si vuole andare a calcolare lo sforzo normale (Figura 4.3).



**Figura 4.3** Mesh creata nella geometria del silo

Nel caso di geometria del silo contenente inserti, la discretizzazione utilizzata è stata simile a quella usata nel silo senza inserti. L'unico accorgimento è stato quello di infittire la griglia sulle pareti dell'inserto per avere dei risultati più precisi.

#### 4.4.4 Study

Come già affermato in precedenza lo studio è stato condotto in modo dipendente dal tempo. È stato impostato un tempo di simulazione pari a 1000 s. Questo tempo è stato scelto per adeguare la simulazione ai dati sperimentali trovati in letteratura e analizzati nei capitoli seguenti.

#### 4.4.5 Results

I risultati trovati con la simulazione in *Comsol Multiphysics 4.3* sono:

- Profili di velocità durante lo scarico all'interno del silo;
- Temperatura granulare;
- Sforzi normali alle pareti del silo;
- Sforzi di taglio alla parete del silo;
- Sforzi normali alla parete dell'inserto.

Per graficare gli sforzi alle pareti è stato necessario definire all'interno della sezione *Data Sets* le pareti sulle quali gravano gli sforzi, attraverso la funzione *Edge 2D1*.

Il grafico degli sforzi è stato creato all'interno della sezione *1D Plot Group*.

Il profilo di velocità, invece, è stato ottenuto creando un grafico all'interno della sezione *2D Plot Group* e scegliendo il tipo di visualizzazione *Contour Plots*, che permette di visualizzare una quantità costante attraverso delle linee colorate.

Anche la temperatura granulare è stata plottata in *2D Plot Group* e scegliendo il tipo di visualizzazione *Surface*.

# Capitolo 5

## Risultati ottenuti dalle simulazioni con *Comsol Multiphysics 4.3*

Attraverso il software *Comsol Multiphysics 4.3* si sono riprodotte le stesse condizioni, riportate nello studio sperimentale, per studiare il flusso all'interno del silo e gli sforzi normali e tangenziali alla parete, con e senza inserti. In particolar modo si è cercato di rimanere fedeli il più possibile alla geometria del silo e alle proprietà del materiale, in modo da riprodurre il più precisamente possibile il caso reale.

Si è condotto un ulteriore studio sugli sforzi che gravano sulle pareti degli inserti.

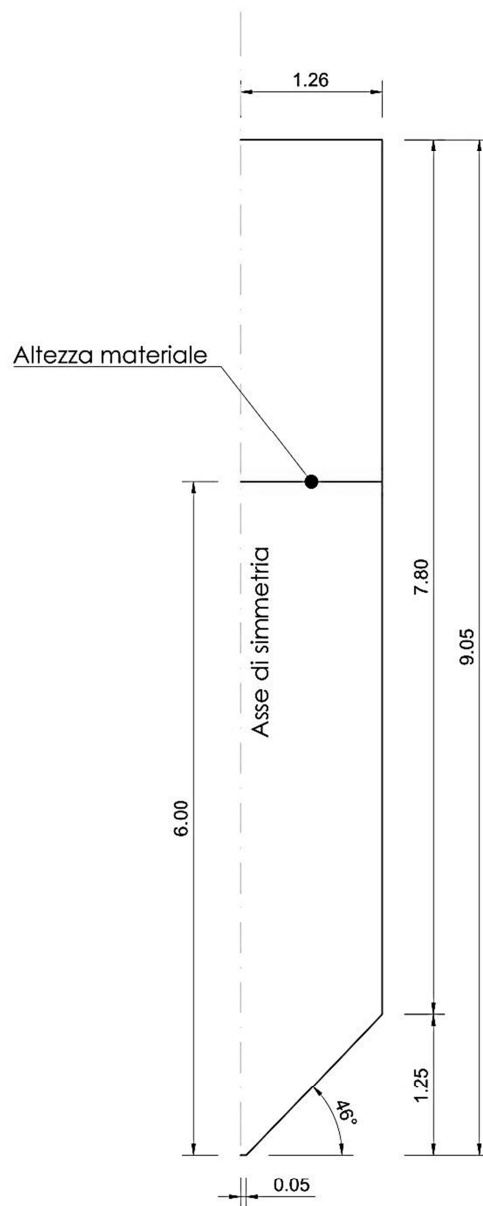
I parametri riportati nella Tabelle 4.1 e 4.3 relativi al materiale coincidono con quelli utilizzati dagli studi sperimentali di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007).

In questo Capitolo verranno esposti solo i risultati delle simulazioni, mentre il confronto puntuale con i dati sperimentali sarà oggetto di quello successivo.

### 5.1 Simulazione con *Comsol Multiphysics 4.3*: caso senza inserti

#### 5.1.1 Geometria del silo

Il silo in *Comsol Multiphysics 4.3* è stato disegnato sfruttando la simmetria assiale dello stesso. Il diametro dell'orifizio di scarico è stato posto pari a 0.1 m, l'altezza della tramoggia pari a 1.25 m, il diametro del silo pari a 2.52 m come indicato negli studi sperimentali riportati nel Capitolo 3. L'altezza totale del silo non è stata posta uguale alla sua effettiva altezza, ma pari all'altezza del materiale caricato all'interno, quindi circa uguale a 6 m.



**Figura 5.1** Geometria del silo assial-simmetrica. Le misure riportate sono in [m]

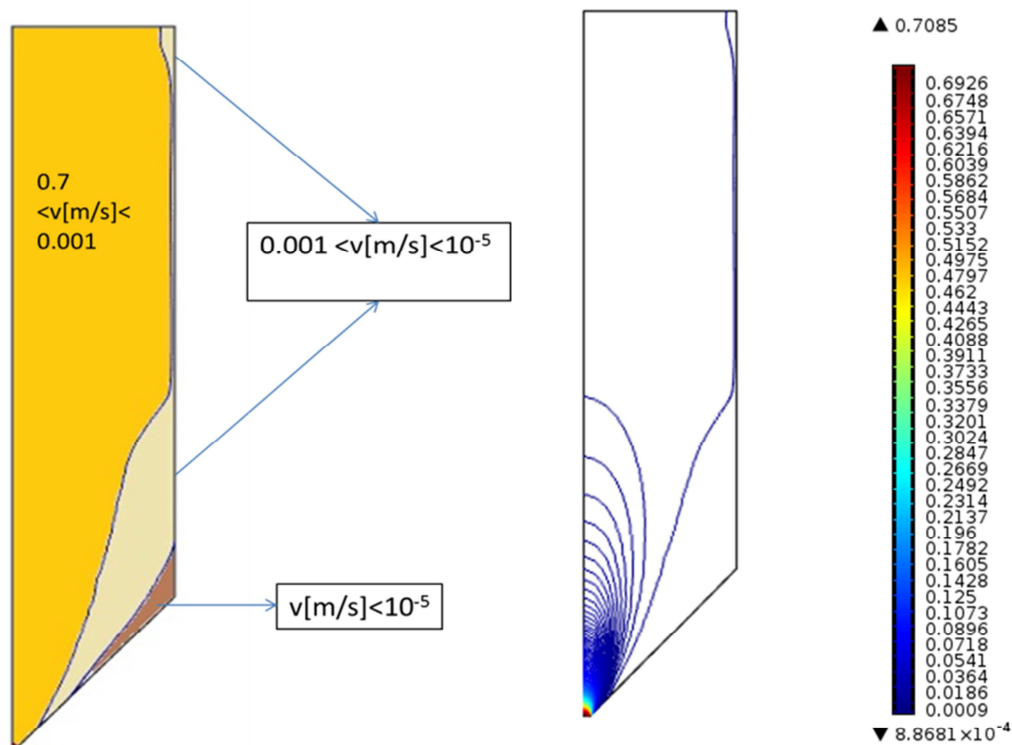
Queste misure sono state mantenute uguali durante le varie simulazioni contenenti gli inserti.

### 5.1.2 Profili di flusso e di velocità

Il profilo di velocità, calcolato in *Comsol Multiphysics 4.3*, permette di fare delle considerazioni riguardo al tipo di flusso presente allo scarico del materiale nel silo senza inserti.



Dalla Figura 5.2 è possibile distinguere una zona centrale in cui il materiale fluisce con una velocità maggiore e una zona limitrofa, vicino alla parete, in cui il materiale fluisce con una velocità molto bassa.



**Figura 5.2** Silo senza inserto: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

Un aspetto critico nell'utilizzo del modello definito in *Comsol Multiphysics 4.3* è quello di stabilire se nella zona vicino alla parete (area marrone e beige nella Figura 5.2 a) il materiale abbia una velocità pari a zero, quindi sia una zona stagnante, o se il materiale continui a muoversi, seppur con una velocità molto bassa.

Un approccio sensato pare quello di stabilire arbitrariamente al di sotto di quale velocità il materiale può considerarsi a tutti gli effetti stagnante e l'intervallo di velocità in cui il materiale invece si considera ancora in flusso, anche se con una velocità molto bassa.

La figura 5.2a mette in evidenza le scelte fatte:

- Zona gialla: il materiale scorre con una velocità compresa tra 0.7 e 0.001 m/s;
- Zona beige: il materiale scorre con una velocità compresa tra 0.001 m/s e circa  $10^{-5}$  m/s;
- Zona marrone: il materiale scorre con una velocità inferiore a  $10^{-5}$  m/s.

E' stato calcolato il tempo di scarico del materiale dal silo attraverso la formula empirica sviluppata da Beverloo. Questa formula permette di ricavare la portata massiva  $Q_m$  o volumetrica scaricata dall'orifizio circolare alla base dei silo:

$$Q_m = C \cdot \rho \cdot \sqrt{g} \cdot (B - 1.5 \cdot d_p)^{2.5} \quad (5.1)$$

In questa equazione  $\rho$  è la densità della sabbia,  $g$  è l'accelerazione di gravità,  $B$  il diametro di uscita del silo e  $d_p$  è il diametro medio delle particelle.  $C$  è la costante di Beverloo che assume un valore pari a 0.58, valido per particelle generiche.

Dividendo la formula (5.1) per la  $\rho$  è possibile ottenere la portata volumetrica  $Q_v$ :

$$Q_v = C \cdot \sqrt{g} \cdot (B - 1.5 \cdot d_p)^{2.5} \quad (5.2)$$

Conoscendo il volume totale di materiale caricato nel silo, pari a  $26 \text{ m}^3$ , è possibile stimare il tempo di scarico del materiale. Quest'ultimo risulta pari a circa 1 ora e 20 minuti, che corrisponde a 4754 secondi. È un dato indicativo che vale in un silo senza inserti.

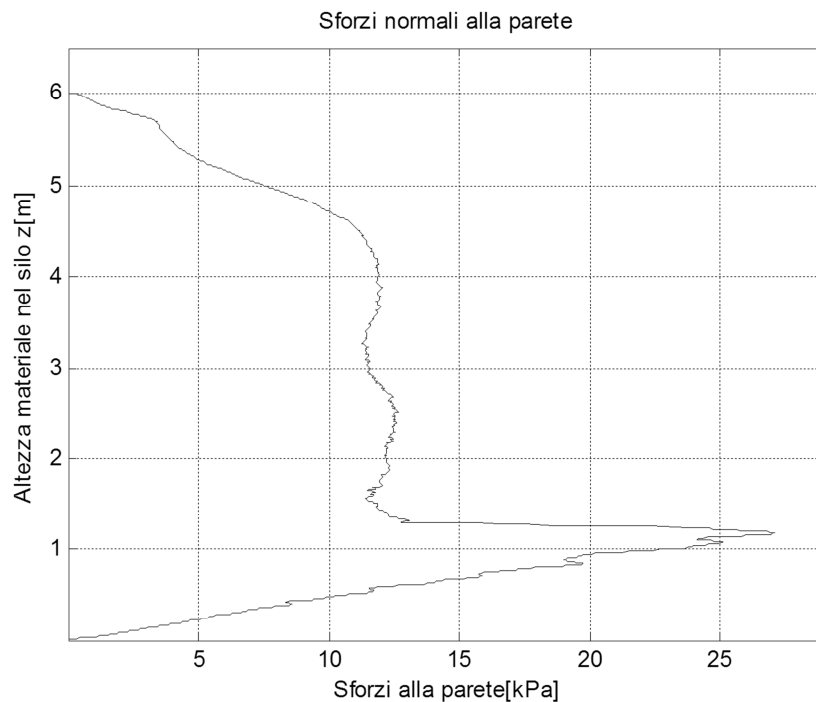
Attraverso il dato di scarico è possibile stimare di quanto si sposta il materiale che si muove ad una velocità di  $10^{-5} \text{ m/s}$  all'interno del silo. Questo valore è pari a 0.047 m, uno spazio molto piccolo se paragonato all'altezza totale del silo. Questa considerazione ci permette di accettare l'assunzione fatta precedentemente, ossia di considerare il materiale stagnante ad una velocità di  $10^{-5} \text{ m/s}$ .

### 5.1.3 Sforzi normali alla parete nel silo senza inserti

La distribuzione degli sforzi alla parete risulta essere quella che ci si aspetterebbe dallo scarico di un materiale granulare. Gli sforzi non aumentano in modo lineare come accade per la pressione di un fluido, ma aumentano lentamente. Nella zona di transizione il materiale passa dalla parte cilindrica del silo alla tramoggia e si verifica una variazione notevole degli sforzi: nella Figura 5.3 è evidente il picco degli sforzi in corrispondenza dell'inizio della tramoggia.

Questo aumento degli sforzi è associata al passaggio tra stato attivo, presente nella parte cilindrica del silo, e passivo, presente nella tramoggia.

Infine gli sforzi diminuiscono in modo asintotico fino a zero alla fine del silo.



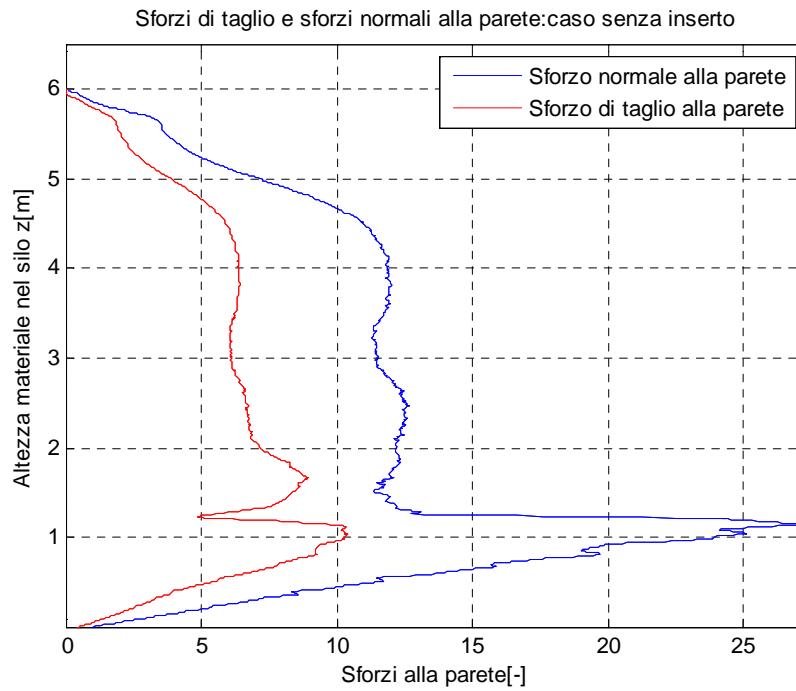
**Figura 5.3** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo senza inserti

Il valore più alto si è rilevato nella tramoggia, subito al di sotto della zona di transizione ed è pari a 27.6 kPa. Il valore più alto rilevato nella parte cilindrica del silo è pari a 12.5 kPa.

#### 5.1.4 Sforzi tangenziali alla parete nel silo senza inserti

L'andamento degli sforzi tangenziali alla parete del silo sono riportati in Figura 5.4. Gli sforzi di taglio e gli sforzi normali alla parete presentano un andamento simile, come si nota dalla Figura 5.4.

Il rapporto tra sforzo di taglio alla parete e sforzo normale alla parete è pari al coefficiente di attrito alla parete (Figura 5.5). L'angolo di attrito alla parete del materiale è pari a  $22^\circ$ , quindi il coefficiente di attrito alla parete è pari a 0.4. Nella Figura 5.5 risulta che il coefficiente di attrito alla parete risulta pari a 0.4 in un tratto di altezza che corrisponde alla parte cilindrica del silo. Nella zona di transizione dove c'è lo *switch* degli sforzi si hanno delle oscillazioni rispetto a tale valore ma poi nella zona convergente il coefficiente di attrito tende a riportarsi al valore coincidente con quello sperimentale.



**Figura 5.4** Sforzi normali (curva blu) e sforzi tangenziali (curva rossa) alla parete calcolati nel silo senza inserti



**Figura 5.5** Rapporto tra sforzi di taglio e sforzi normali alla parete nel caso di silo senza inserti

## 5.2 Simulazione con *Comsol Multiphysics 4.3*: simulazione con inserti

Le simulazioni sono state condotte con i seguenti inserti:

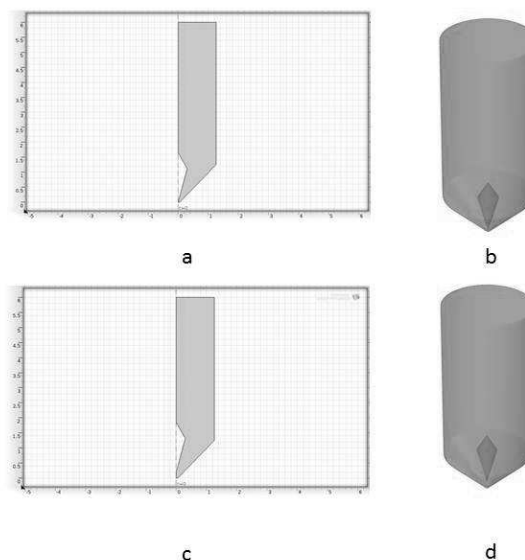
- inserto a doppio cono posto in tre posizioni diverse nel silo;
- inserto a doppio cono invertito in due posizioni diverse nel silo;
- inserto a cono aperto inserito in tre posizioni diverse nel silo;
- inserto a doppio cono aperto inserito in tre posizioni diverse nel silo;
- inserto a cono rovesciato.

Gli inserti usati negli studi con *Comsol Multiphysics 4.3* sono analoghi a quelli usati negli studi sperimentali.

### 5.2.1 Simulazione con inserto a doppio cono

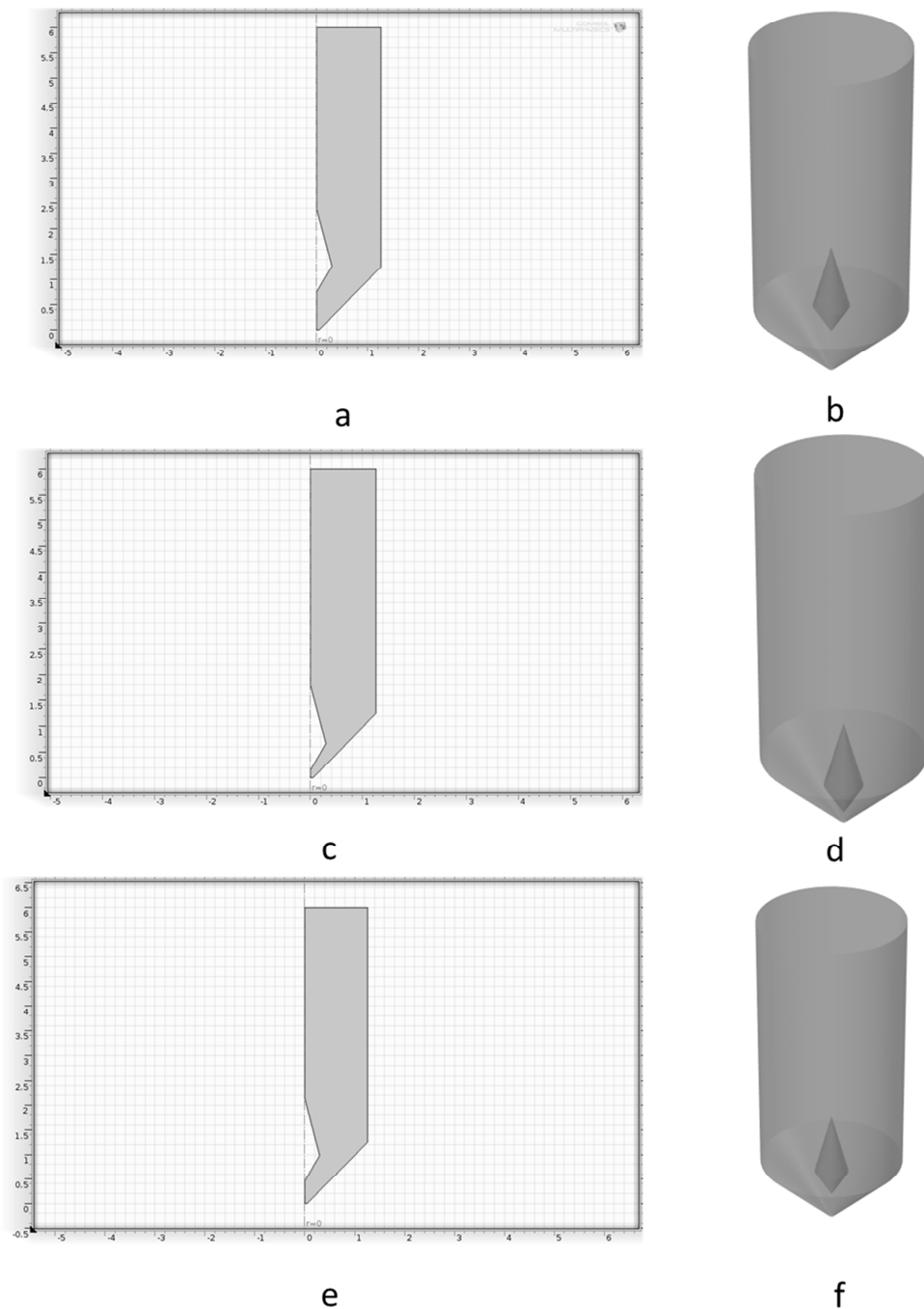
#### 5.2.1.1 Geometria del silo con inserto a doppio cono

La geometria del silo è stata importata nel software di simulazione e riprodotta uguale a quella riportata in Figura 5.1. Successivamente si è provveduto all'inserimento dei vari inserti a doppio cono, per l'esattezza due inserti a doppio cono invertito e tre a doppio cono semplice. Le misure del doppio cono sono state mantenute uguali a quelle riportate nella Figura 3.9. Per comodità si indica, come è già stato fatto nel Capitolo 3, l'inserto a doppio cono con la sigla DC (*double cone*) e con i numeri romani da I a V si indicano le posizione dell'inserto all'interno del silo.



**Figura 5.6** Silo con inserto a doppio cono (DC) invertito: a) geometria DC I creata in *Comsol*; b) geometria 3D del silo con inserto DC I; c) geometria DC II creata in *Comsol*; d) geometria 3D del silo con inserto DC II

Gli inserti DC I e DC II presentano le stesse misure geometriche, ciò che cambia è la posizione all'interno del silo: la parte inferiore di DC I coincide con lo scarico della tramoggia; DC II è posto più in alto di 0.2 m rispetto al foro di scarico del silo.



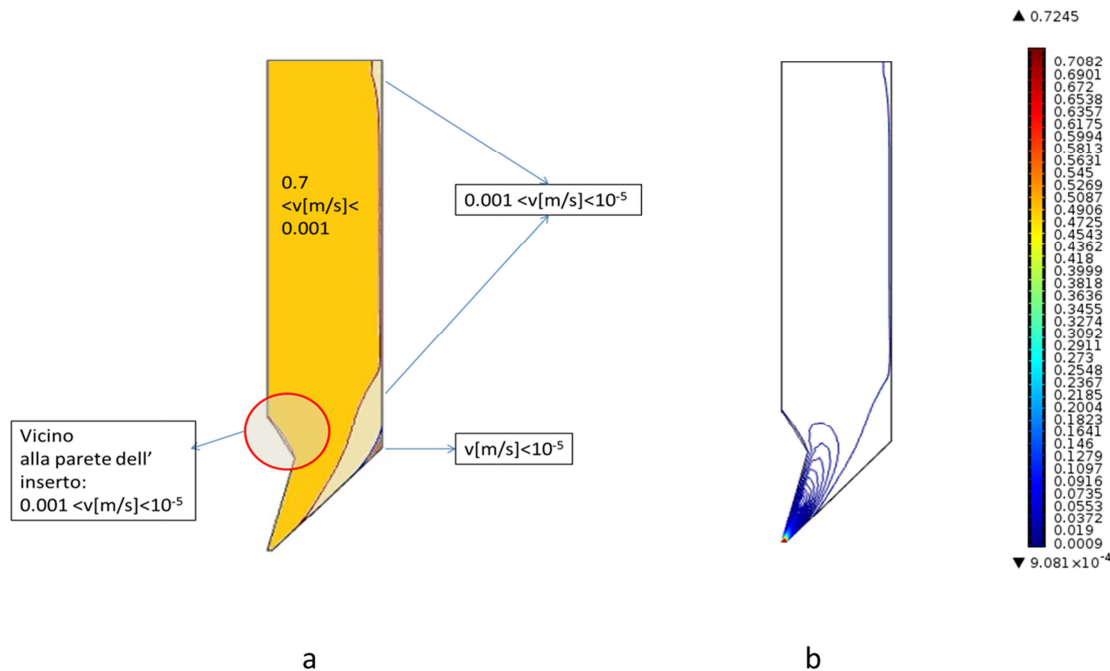
**Figura 5.7** Silo con inserto a doppio cono DC: a) geometria DC III creata in Comsol; b) geometria 3D del silo con inserto DC III; c) geometria DC IV creata in Comsol; d) geometria 3D del silo con inserto DC IV; e) geometria DC V creata in Comsol; f) geometria 3D del silo con inserto DC V

### 5.2.1.2 Profili di flusso e velocità con inserto a doppio cono

Il silo con inserto DC I produce un profilo di velocità come riportato in Figura 5.8.

La velocità è molto alta allo scarico e diminuisce molto velocemente all'aumentare dell'altezza del silo.

Come fatto nel caso senza inserti è possibile plottare tre velocità limite che distinguono tre regioni differenti di flusso a velocità diversa.



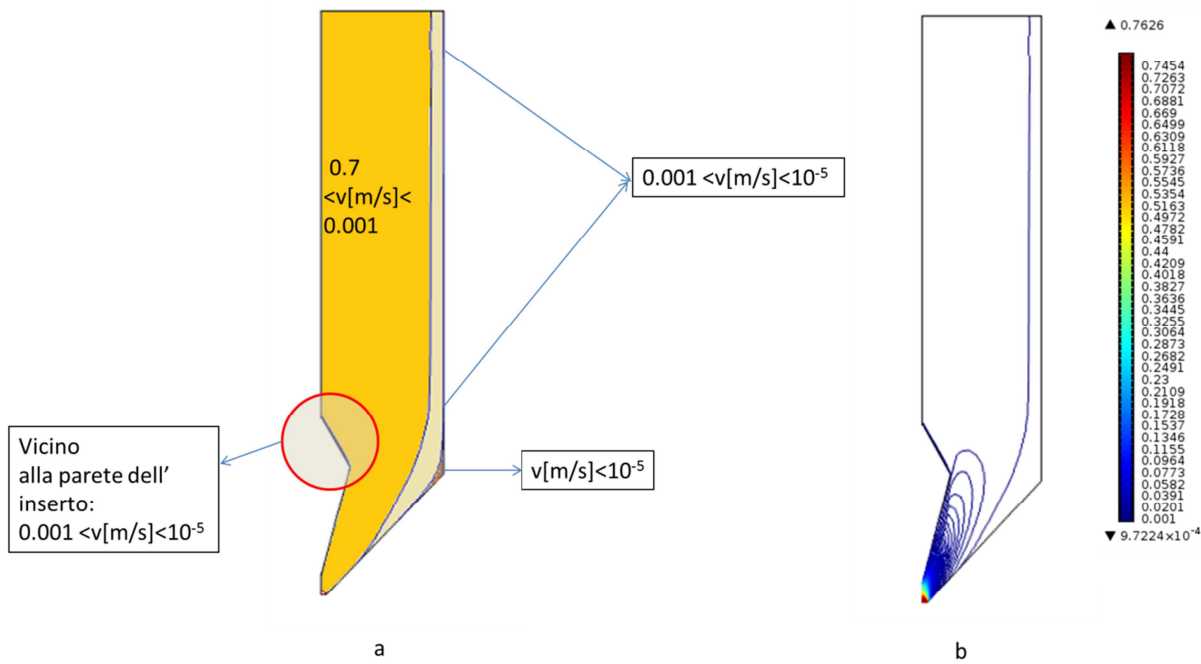
**Figura 5.8** Silo con inserto DC I: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

Come nel caso senza inserti, è possibile determinare tre zone di flusso in base alla velocità con cui si muove il materiale. Dalla Figura 5.7a è possibile distinguere la zona di materiale considerata praticamente stagnante, la zona in cui il materiale scorre ad una velocità bassa e la zona di scorrimento veloce.

Vicino alla parete della parte cilindrica del silo il materiale scivola lungo la parete.

Dal confronto con il grafico che riporta il profilo di velocità nel caso senza inserti ( Figura 5.2) si può notare come, inserendo l'inserto DC I all'interno del silo, il canale di materiale che si muove ad una velocità compresa tra 0.7 m/s e 0.001 m/s aumenti, a discapito del canale a velocità compresa tra 0.001 m/s e  $10^{-5}$  che diminuisce, come anche la zona statica.

L'inserto DC II presenta le stesse misure geometriche dell'inserto DC I ma si trova in una posizione diversa: il vertice del cono maggiore è posto 0.2 m più in alto rispetto al foro di scarico della tramoggia.



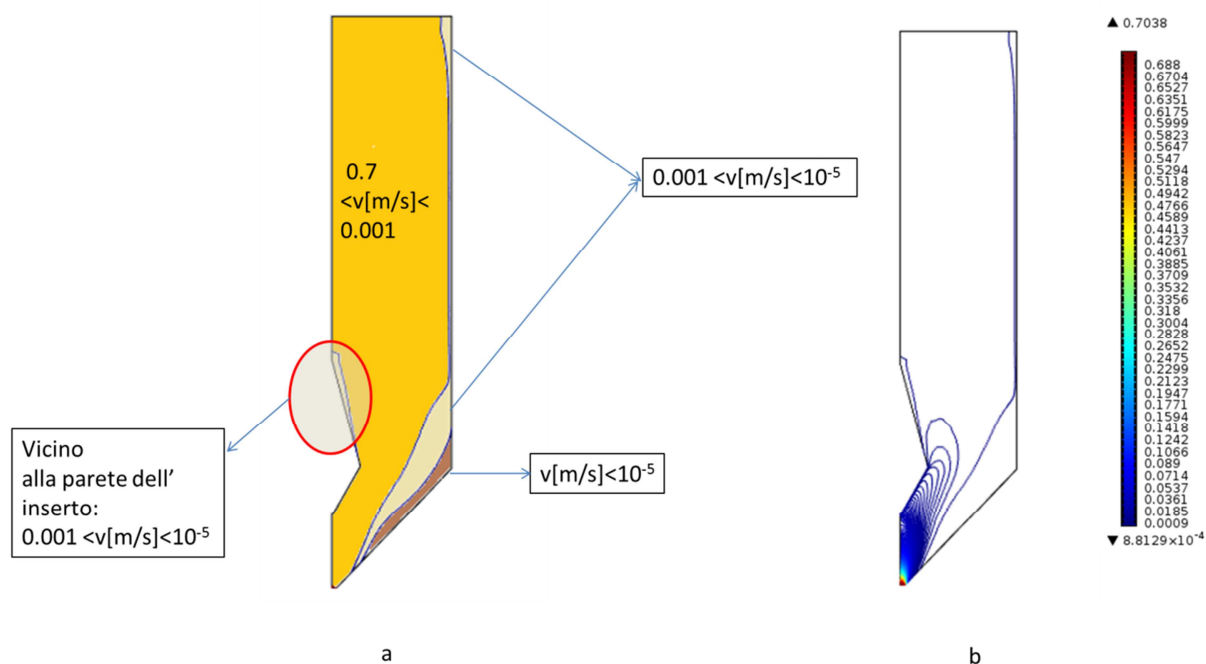
**Figura 5.9** Silo con inserto DC II: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

Con l'inserto DC II si amplia il canale di flusso a velocità compresa tra  $0.001 \text{ m/s}$  a  $10^{-5} \text{ m/s}$  e si crea uno stretto canale di flusso tra la zona a velocità maggiore e la parete. La zona considerata stagnante si riduce e si localizza alla parete nella zona di transizione tra parte cilindrica del silo e tramoggia.

Gli inserti DC II, IV, V presentano una configurazione diversa: il cono maggiore costituisce la parte superiore dell'inserto, il cono minore costituisce quella inferiore.

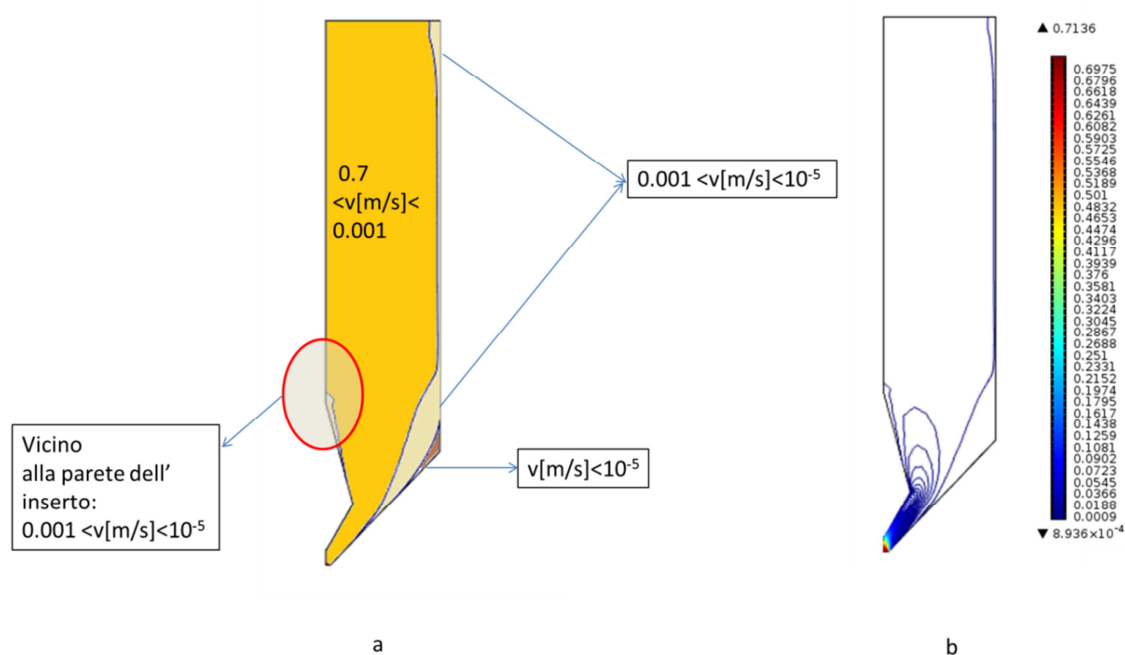
L'inserto DC III è installato nel silo in maniera tale da avere il cono inferiore posto interamente nella tramoggia, il cono superiore invece è posto interamente nella parte cilindrica del silo.





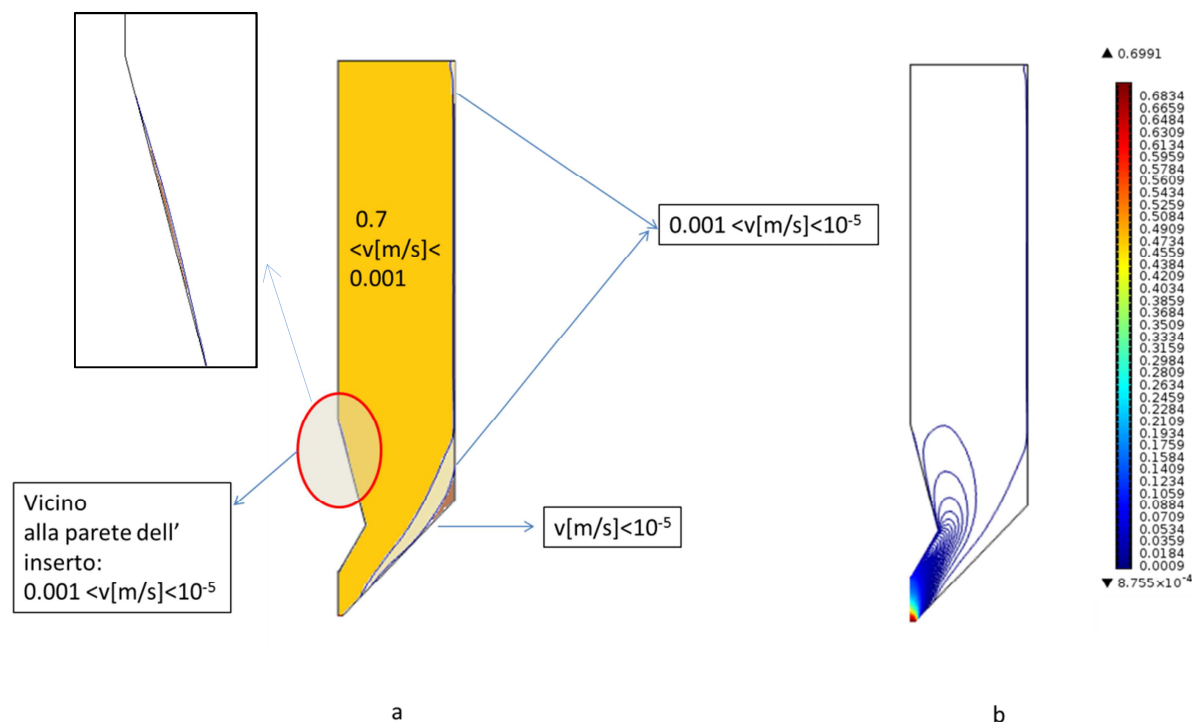
**Figura 5.10** Silo con inserto DC III: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

Anche nel caso del silo con inserto DC III si individuano tre zone di flusso, a velocità diversa. La zona stagnante risulta maggiore rispetto al caso con inserto DC I e DC II.



**Figura 5.11** Silo con inserto DC IV: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

L'inserto DC IV provoca un flusso molto simile a quello ottenuto con l'inserto DC III. Non si notano grandi differenze in termini di flusso a seconda dei due inserti. L'unica variazione che si può osservare è che nel caso di inserto DC IV, si crea una zona stagnante vicino alla parete dell'inserto, inferiore a quella che si crea con inserto DC III, come segnalato nella Figura 5.11 e 5.10.



**Figura 5.12** Silo con inserto DC V: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

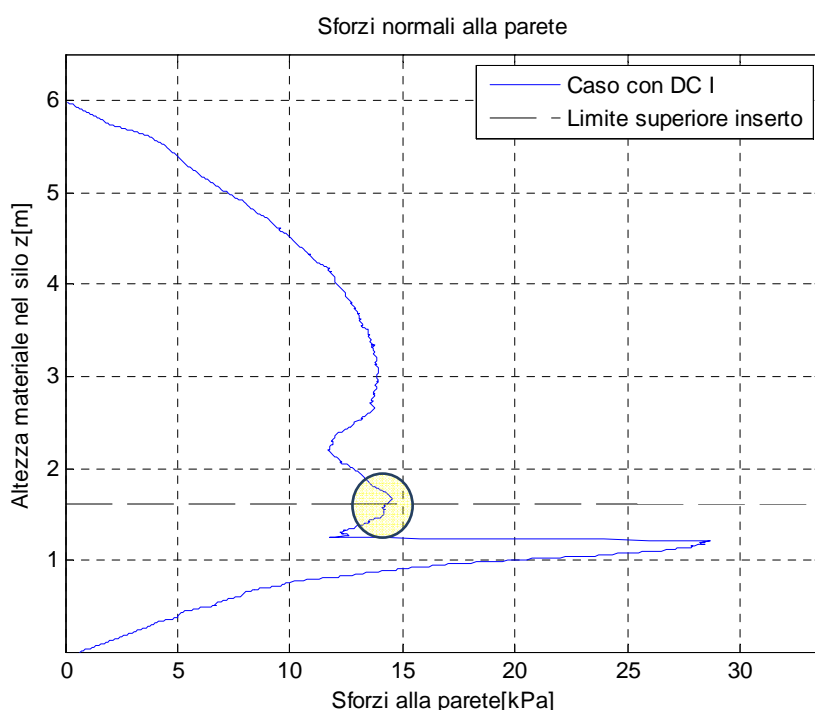
L'inserto DC V sembra ridurre quasi totalmente la zona stagnante. Anche in questo caso si rileva una zona stagnante in prossimità della parete dell'inserto come segnalato nella Figura 5.12; è stato necessario riportare un ingrandimento della Figura 5.12 in corrispondenza della parete dell'inserto per mettere in evidenza la sottile zona stagnante che si crea.

Secondo una prima analisi basata solo sui risultati di flusso sembra che gli inserti che avvicinano maggiormente il flusso al regime di *mass flow* siano gli inserti DC I, DC IV e DC V. Nessun inserto, però, fin qui analizzato, è in grado di trasformare completamente il *funnel flow* in *mass flow*.

### 5.2.1.3 Sforzi normali alla parete silo con inserto a doppio cono

Nel caso di inserto DC I, si può notare che gli sforzi alla parete presentano un andamento simile al caso senza inserti. Si può notare un picco degli sforzi in corrispondenza dell'inizio della tramoggia e un secondo picco, molto meno marcato, poco sopra, in corrispondenza dell'inizio dell'inserto. Questo picco sembra confermare quanto riportato nel §1.4.2, ossia che in corrispondenza dell'inizio dell'inserto si ha un picco degli sforzi.

Si nota anche una diminuzione degli sforzi al di sopra dell'inserto. Il valore più alto degli sforzi normali alla parete si è registrato in corrispondenza della zona di transizione e vale circa 28 kPa. Il valore di tensione che si registra all'inizio dell'inserto risulta essere pari a circa 14.7 kPa ed è il valore più alto che si registra nella parte cilindrica del silo.

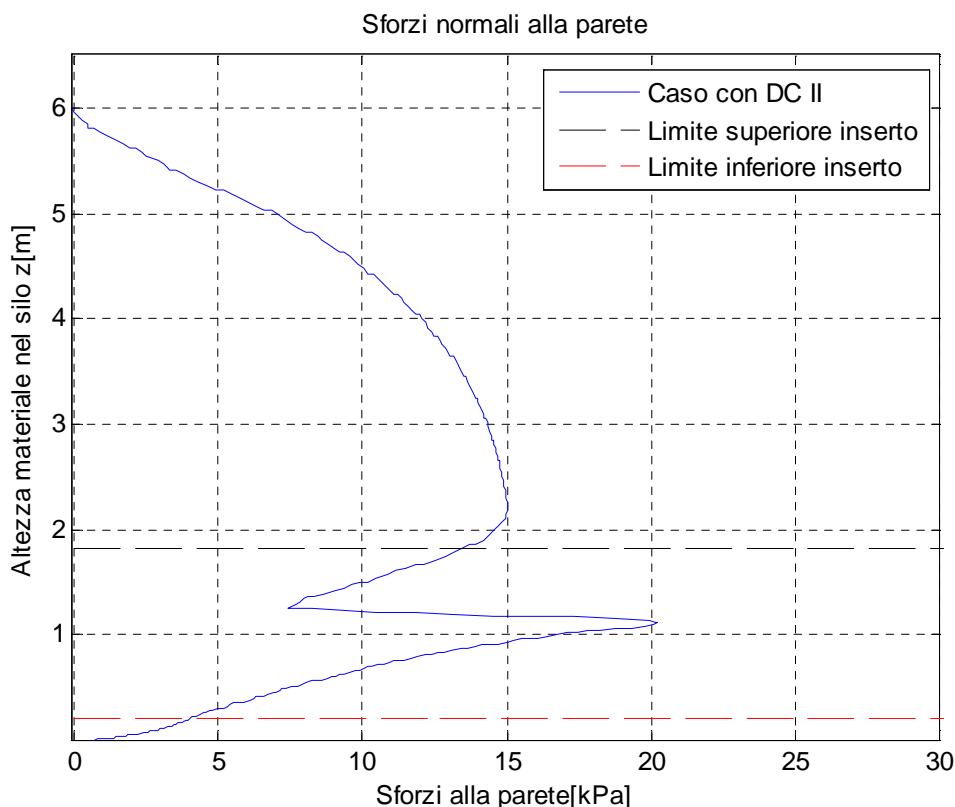


**Figura 5.13** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con DC I. Nella figura è evidenziato il picco di sforzo normale alla parete causato dall'inserimento dell'inserto.

Nel caso dell'inserto DC II, si è riscontrato un picco degli sforzi normali alla parete in corrispondenza dell'inizio della tramoggia. Non si è invece riscontrato alcun picco in corrispondenza dell'inizio dell'inserto. Il cono più piccolo che costituisce la parte superiore dell'inserto è posto interamente nella parte cilindrica della tramoggia e la base in comune tra i due coni corrisponde, circa, all'inizio della tramoggia. Il picco di sforzi nella fase di transizione risulta parecchio più basso rispetto al caso con DC I, infatti è stato calcolato pari a circa 20 kPa. Il valore più alto che si ha nella parte cilindrica del silo risulta essere circa 15 kPa. In questo caso, quindi, non si rileva nessun aumento degli sforzi in corrispondenza

dell'inizio dell'inserto e non si rileva neppure un aumento del picco di sforzo in corrispondenza della zona di transizione.

Al di sotto dell'inserto si nota una differenza nel modo in cui gli sforzi tendono a zero rispetto al caso con inserto DC I e rispetto al caso senza inserti.



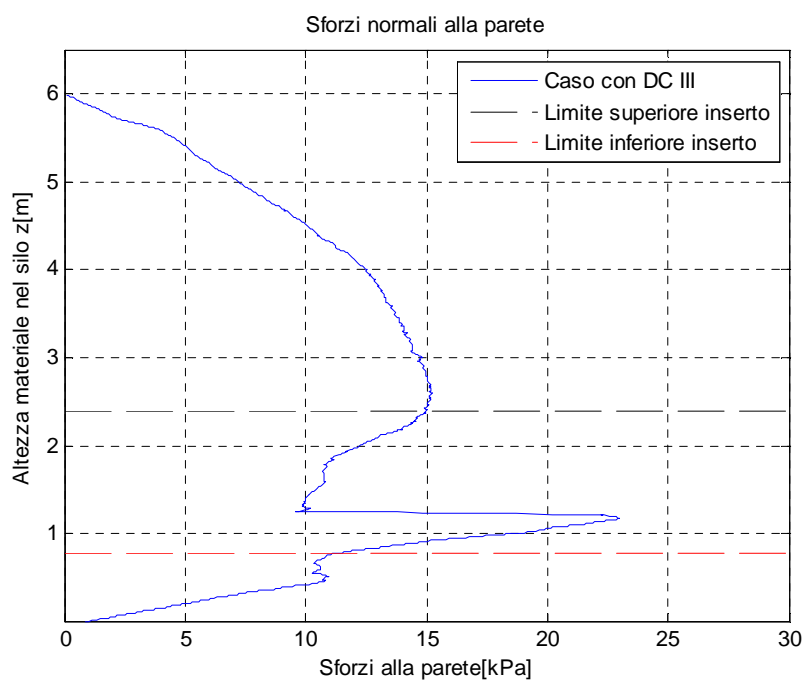
**Figura 5.14** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con DC II.

Gli sforzi alla parete del silo con inserto DC III (Figura 5.15) presentano un andamento simile a quello trovato per l'inserto DC II. In corrispondenza dell'inizio dell'inserto non si verifica un picco degli sforzi e al di sotto di esso la pressione alla parete diminuisce. In corrispondenza della tramoggia si registra un picco di sforzo, superiore al caso con DC II, circa pari a 23 kPa.

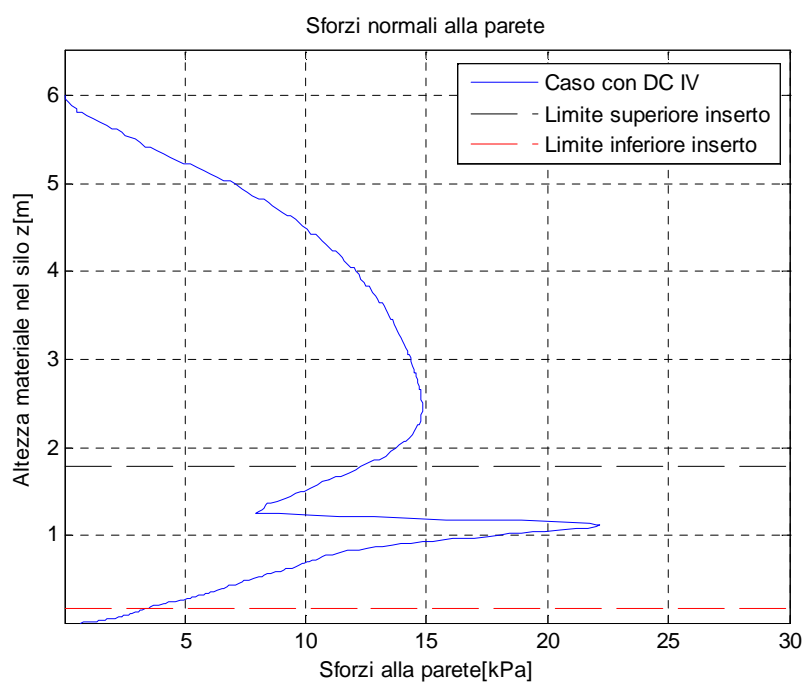
Il valore maggiore di pressione alle pareti calcolato risulta essere pari a circa 15 kPa.

Gli sforzi alla parete del silo con inserto DC IV (Figura 5.16) presentano un andamento simile a quelli trovati per gli inserti DC II e DC III. In corrispondenza dell'inizio dell'inserto non si verifica un picco degli sforzi e al di sotto di esso la pressione alla parete diminuisce. In corrispondenza della tramoggia si registra un picco di sforzo, simile al caso con DC III, circa pari a 23 kPa.

Il valore maggiore di pressione alle pareti calcolato nella parte cilindrica risulta essere pari a circa 15 kPa.



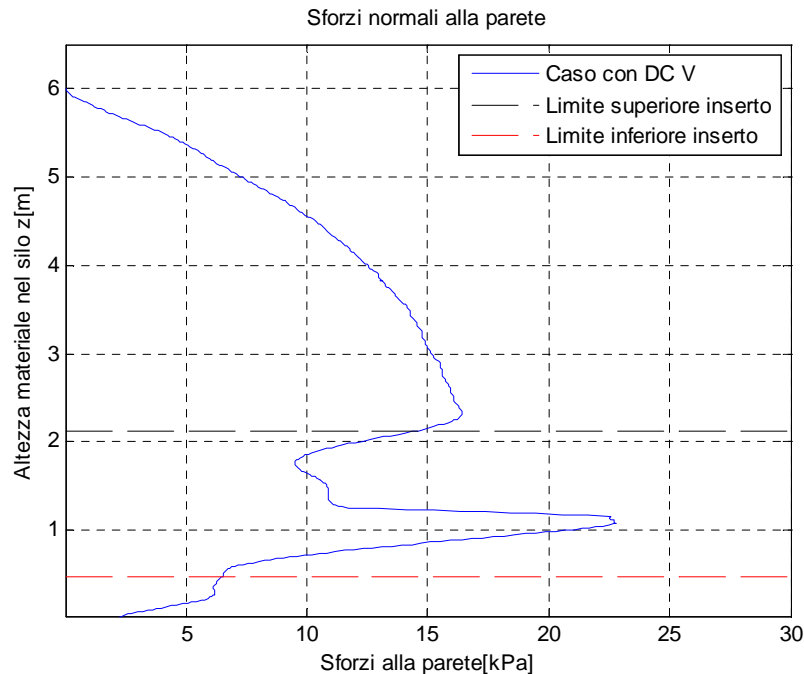
**Figura 5.15** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con DC III. Nella figura è evidenziata il punto di intersezione tra la curva degli sforzi e l'inizio dell'inserto



**Figura 5.16** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con DC IV. Nella figura è evidenziata il punto di intersezione tra la curva degli sforzi e l'inizio dell'inserto

L'andamento degli sforzi normali alla parete per l'inserto DC V è analogo a quello trovato per gli inserti DC II, DC III e DC IV. Si nota un decremento di pressione al di sotto della parete

superiore dell'inserto. Il valore degli sforzi in corrispondenza della tramoggia risulta essere pari a 23 kPa. Il valore più alto misurato nella parte cilindrica del silo è pari a 16.7 kPa.



**Figura 5.17** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con DC V. Nella figura è evidenziata il punto di intersezione tra la curva degli sforzi e l'inizio dell'inserto

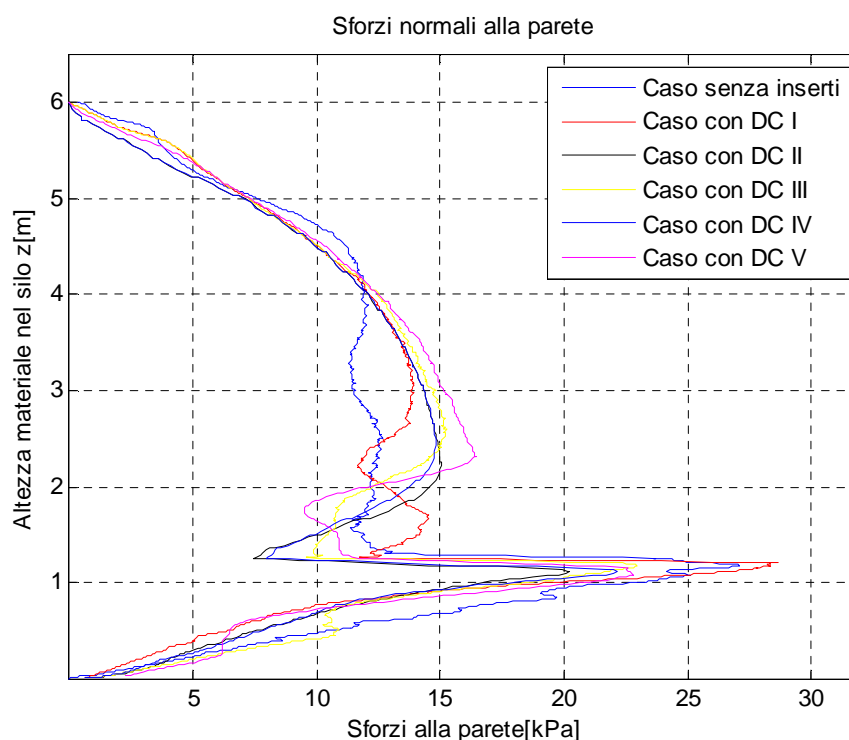
#### 5.2.1.5 Confronto tra i risultati ottenuti con gli inserti a doppio cono

Dal confronto dei vari grafici riportati in Figura 5.18 che riporta gli sforzi normali alla parete nel caso senza inserti e nei casi con gli inserti a doppio cono si può notare che lo sforzo nella zona di transizione risulta più alto, supera i 25 kPa, nel caso di silo senza inserti. Inserendo un qualsiasi inserto a doppio cono, a parte DC I, il picco di sforzo nella tramoggia diminuisce, circa della stessa quantità per ogni inserto, rispetto al caso senza inserti. Le curve ottenute con inserto risultano avere un andamento simile sia nella tramoggia sia nella zona cilindrica. Rispetto al caso senza inserti, nella zona cilindrica si riscontra un aumento degli sforzi in corrispondenza di  $z=4$  m.

La curva con l'inserto DC V sembra scostarsi rispetto alle altre curve ottenute in presenza di inserti, soprattutto nella parte cilindrica del silo. Infatti si riscontra un valore massimo di sforzo superiore agli altri inserti. Come già notato in precedenza questo valore massimo si manifesta al di sopra del limite superiore di installazione dell'inserto.

È inoltre interessante notare come l'inserimento dell'inserto modifichi l'andamento dello sforzo al di sopra dell'inserto stesso. Per altezze di materiale comprese tra 6 e 4 m

l'andamento degli sforzi è simile, sia nel caso senza inserti, sia nei casi con DC. Al di sotto dei 4 m, gli sforzi del silo senza inserti diminuiscono più bruscamente rispetto al caso con gli inserti DC. Gli inserti DC II, III, IV sembrano produrre un andamento simile degli sforzi. Gli inserti DC I e DC V, invece, sembrano scostarsi da questi andamenti. L'unico inserto che provoca un risultato molto diverso dagli altri è DC I: con installato questo inserto il picco degli sforzi nella zona di transizione aumenta rispetto al caso senza inserti.



**Figura 5.18** Sforzi normali alla parete del silo per il caso senza inserto e con inserti a doppio cono

Nella Tabella 5.1 si riportano i valori massimi di sforzo registrati nella tramoggia e nella parte cilindrica del silo.

**Tabella 5.1** Valori massimi di sforzo normali alla parete calcolati nel caso senza inserti e con inserti a doppio cono

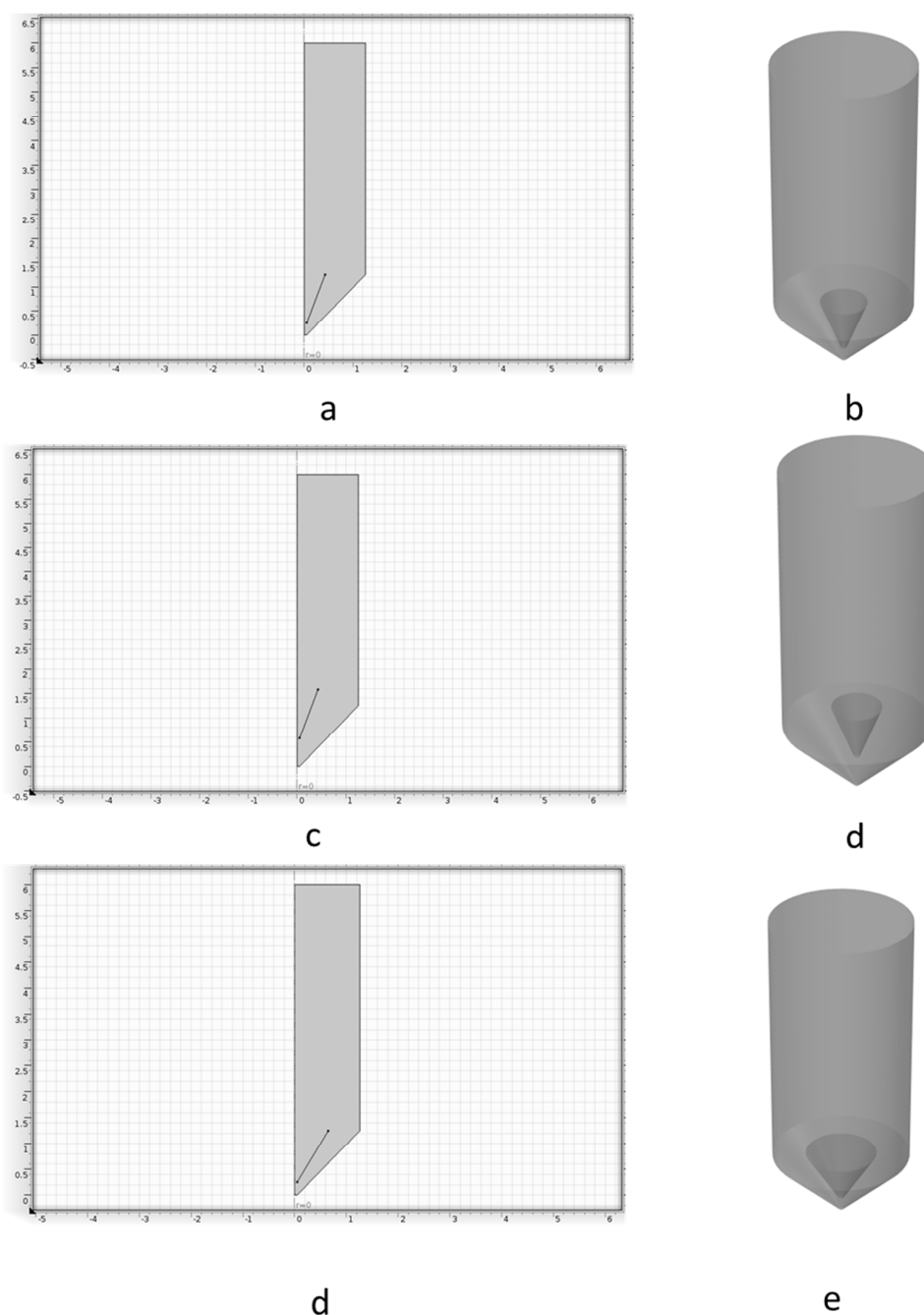
Inserto	Posizione inserto	Valore sforzo maggiore parte cilindrica[kPa]	Valore sforzo maggiore tramoggia[kPa]
No inserto	-	12.5	27
DC I	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	14.7	28
DC II	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	15	20
DC III	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	15	23
DC IV	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	15	23.5
DC V	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	16.7	23

### 5.5.3 Simulazione con inserto cone in cone e double cone in cone

#### 5.5.3.1 Geometria del silo con inserto cone in cone e double cone in cone

Le misure del silo utilizzate per condurre le simulazioni con questo tipo di inserto sono identiche a quelle riportate in Figura 5.1. Gli inserti utilizzati sono stati descritti nel Capitolo 3 in § 3.3. Tre simulazioni sono state condotte con l'utilizzo di un inserto a cono posto all'interno della tramoggia del silo. Questi inserti sono stati denominati CC I, CC II e CC III. Gli inserti CC I e CC II presentano le stesse misure geometriche, ma sono stati installati in posizioni diverse all'interno del silo. L'inserto CC III presenta la stessa altezza degli altri due, ma un diametro superiore maggiore. Gli inserti CC I e CC III sono interamente posti nella tramoggia, mentre l'inserto CC II è posto in una posizione intermedia tra tramoggia e parte finale della parte cilindrica del silo.

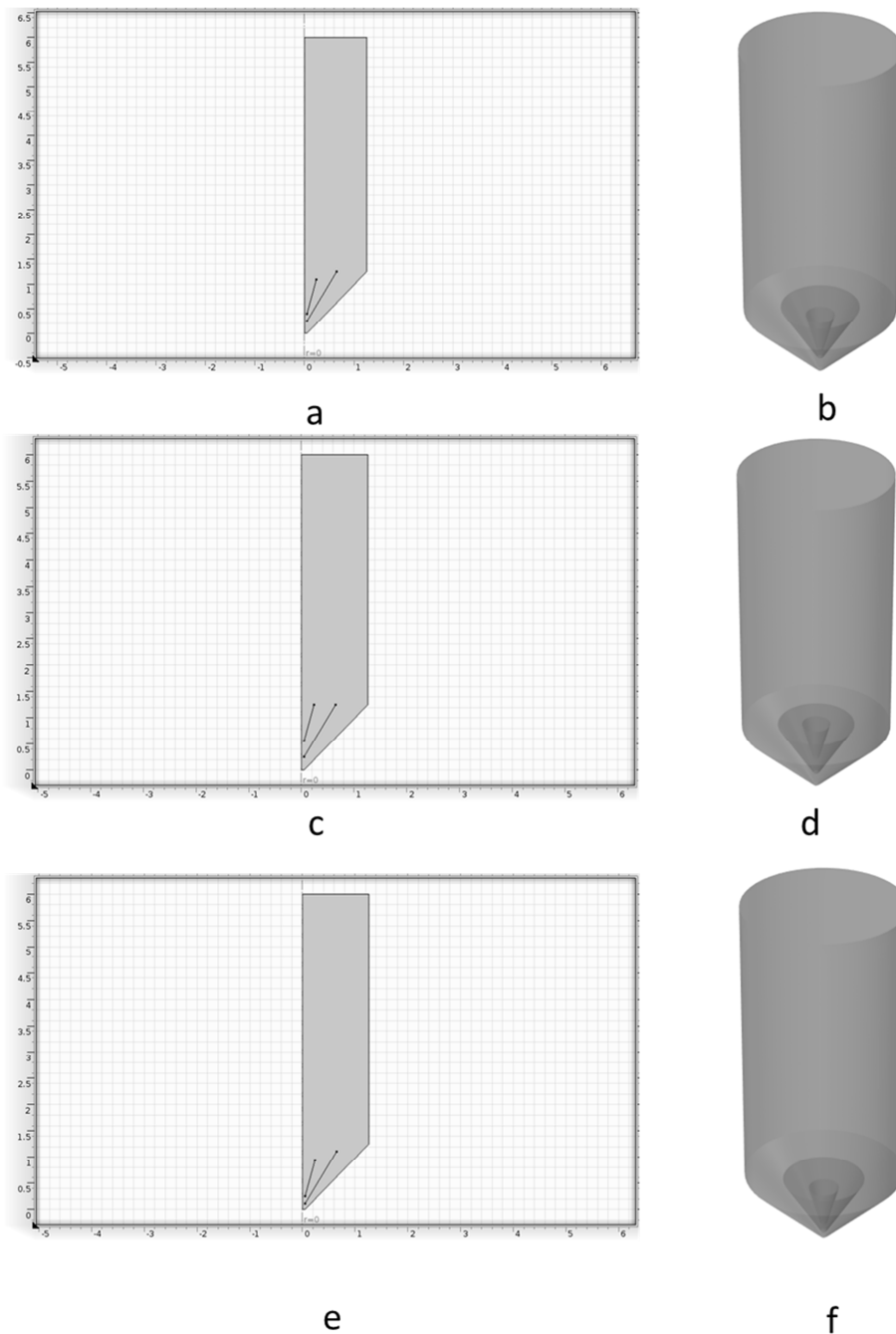




**Figura 5.19** Silo con inserto a doppio cono CC: a) geometria CC I creata in Comsol; b) geometria 3D del silo con inserto CC I; c) geometria CC II creata in Comsol; d) geometria 3D del silo con inserto CC II; e) geometria CC III creata in Comsol; f) geometria 3D del silo con inserto CC III

Gli inserti CC IV, CC V e CC VI sono formati da due coni, posti uno all'interno dell'altro. I due coni presentano le stesse misure in ognuno dell'inserto, quello che cambia è la posizione

dell'inserto all'interno del silo e la loro posizione reciproca. Questi tre inserti sono interamente installati nella tramoggia del silo.

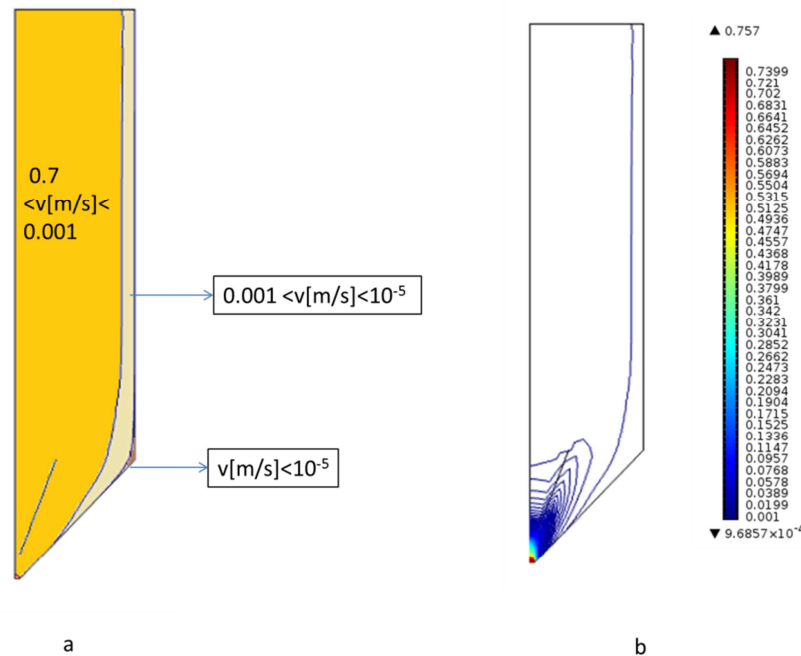


**Figura 5.20** Silo con inserto a doppio cono CC: a) geometria CC IV creata in Comsol; b) geometria 3D del silo con inserto CC IV; c) geometria CC V creata in Comsol; d) geometria 3D del silo con inserto CC V; e) geometria CC VI creata in Comsol; f) geometria 3D del silo con inserto CC VI

### 5.5.3.2 Profili di flusso e velocità con inserto *cone in cone* e *double cone in cone*

Gli inserti *cone in cone* danno un profilo di flusso simile durante le simulazioni. L'inserto CC I agisce sul flusso ampliando il canale di materiale che scorre ad una velocità compresa tra 0.7

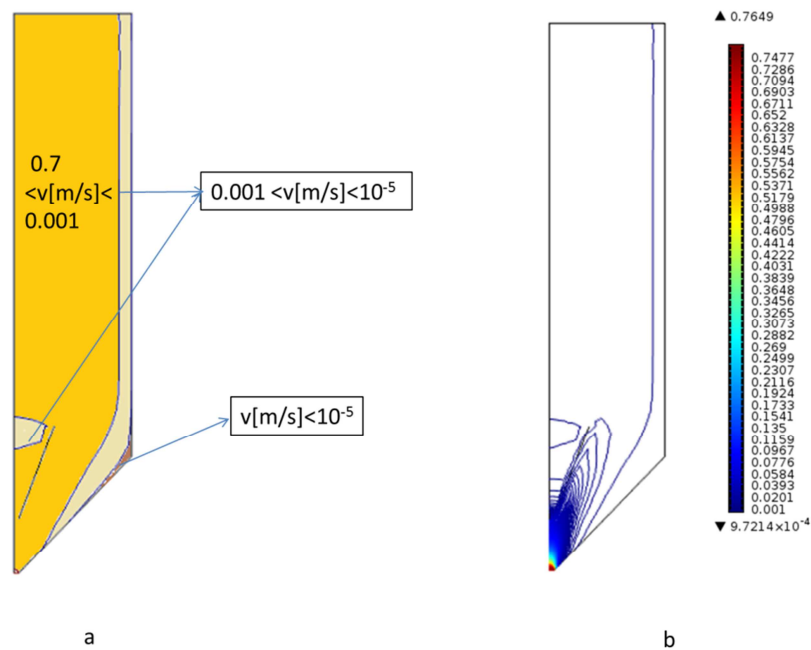
m/s e 0.001 m/s. Con questo inserto persiste comunque un canale di flusso ad una velocità più bassa che lambisce l'intera parete del silo. Rimane una piccola zona stagnante, in base alle assunzioni fatte in precedenza.



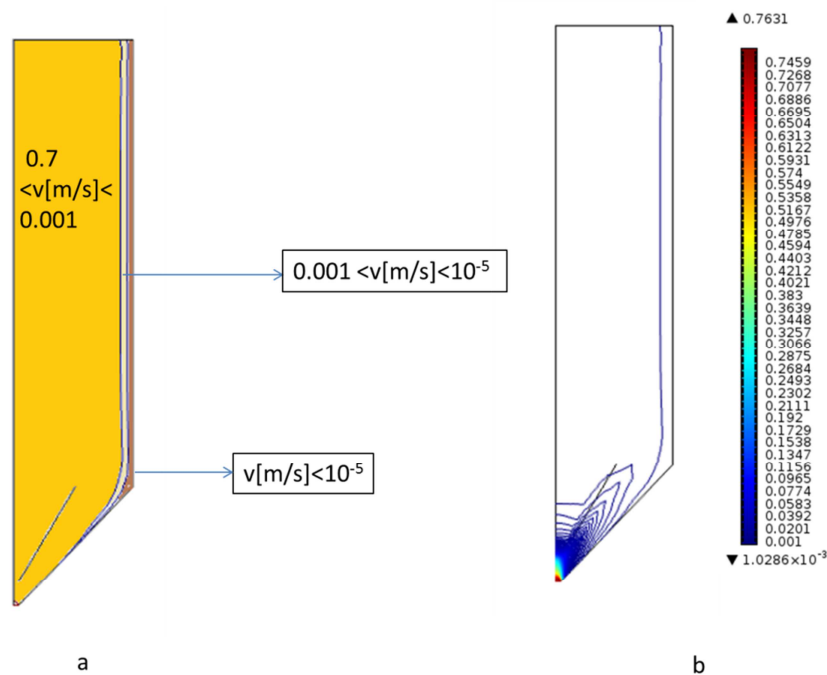
**Figura 5.21** Silo con inserto CC I: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

L'inserto CC II modifica il flusso in modo analogo a quanto accade con l'inserto CC I. L'unica differenza si riscontra vicino alla parete dell'inserto: come si può notare dalla Figura 5.22 si riscontra una zona a velocità inferiore. Dal confronto dei profili di flussi ottenuti con l'inserto CC I e CC II e il caso senza inserto si può notare un aumento del canale di flusso a velocità maggiore. La differente posizione dei due inserti all'interno del silo non sembrano modificare il flusso in modo diverso.

L'inserto CC III (Figura 5.23), più grande rispetto a CC I e CC II, assottiglia il materiale che fluisce ad una velocità compresa tra 0.001 m/s e  $10^{-5}$ , mentre provoca una zona stagnante ampia lungo l'intera parete verticale del silo.



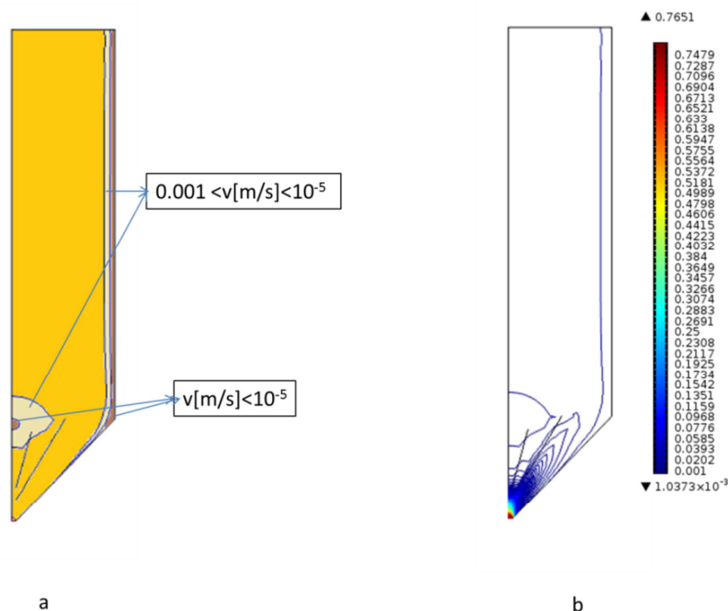
**Figura 5.22** Silo con inserto CC II: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo



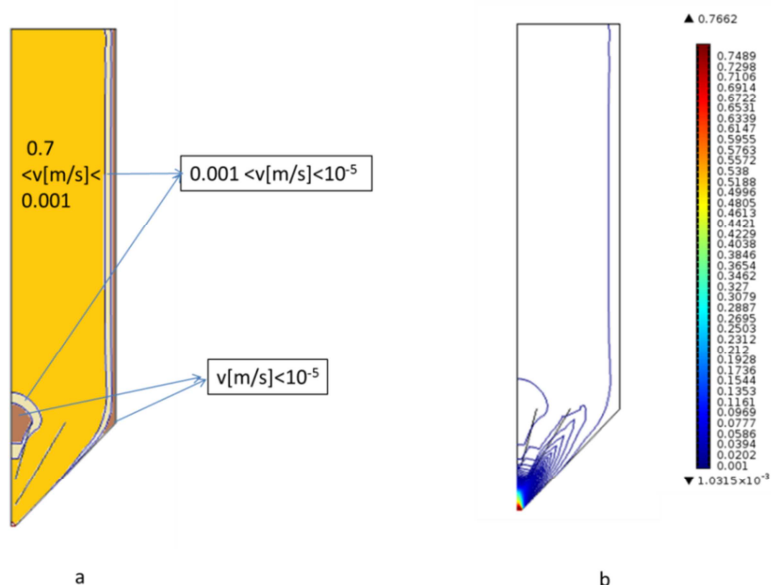
**Figura 5.23** Silo con inserto CC III: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

Gli inserti *double cone in cone* CC IV, V e VI modificano il flusso all'interno del silo, rispetto al caso senza inserti, in modo simile. In tutti e tre i casi si riscontra un ampliamento della zona

di flusso a velocità maggiore e la creazione di due canali di flusso molto stretti, rispettivamente ad una velocità intermedia compresa tra  $0.001 \text{ m/s}$  e  $10^{-5} \text{ m/s}$  e ad una velocità inferiore  $10^{-5} \text{ m/s}$ . A quest'ultima velocità il materiale, come considerato in precedenza, può considerarsi stagnante. La zona stagnante nei tre casi si crea lungo la parete verticale del silo.

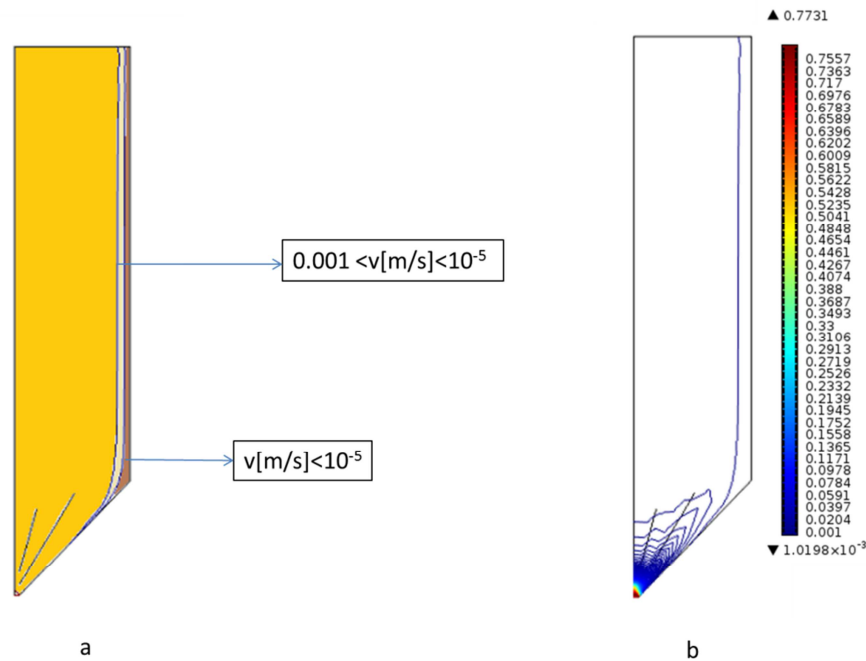


**Figura 5.24** Silo con inserto CC IV: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo



**Figura 5.25** Silo con inserto CC V: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

Gli inserti CC IV e CC V creano delle zone a velocità inferiore a 0.001 m/s in prossimità della parete dell'inserto minore.



**Figura 5.26** Silo con inserto CC VI: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

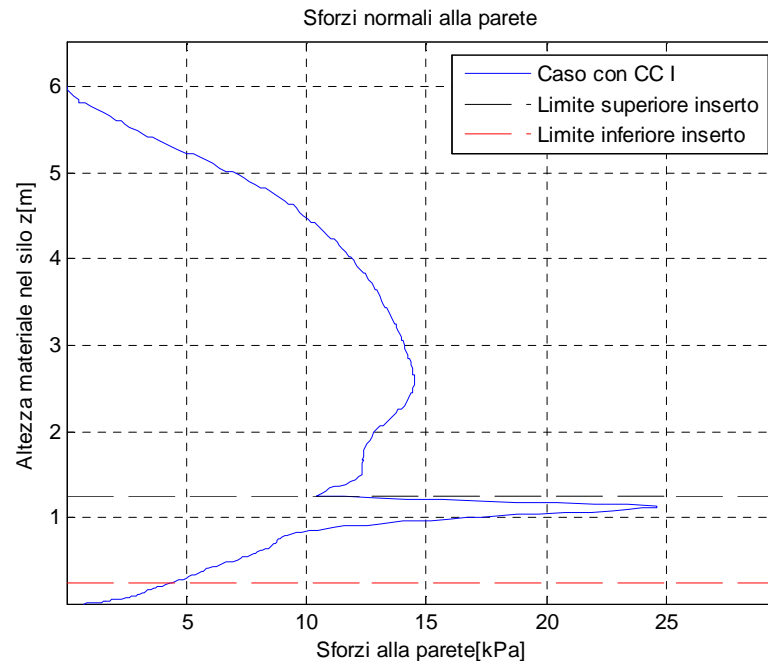
Gli inserti *cone in cone* e *double cone in cone* modificano il flusso all'interno del silo rispetto al caso senza inserti: aumentano il canale di materiale che scorre con una velocità alta, ma non riescono ad eliminare in nessun caso la zona stagnante.

### 5.5.3.3 Sforzi normali alla parete silo con inserti *cone in cone* e *double cone in cone*

L'andamento degli sforzi normali alla parete in caso di inserto CC I è riportato in Figura 5.27. L'inizio della tramoggia coincide con l'inizio dell'inserto.

Si può notare un picco degli sforzi in corrispondenza della zona di transizione da sezione cilindrica del silo e tramoggia. Il valore degli sforzi normali alla parete in corrispondenza della tramoggia è inferiore rispetto al caso senza inserti. Si rileva una diminuzione degli sforzi normali alla parete prima dell'inserto.

Il valore degli sforzi in corrispondenza della tramoggia risulta essere pari a 23.7 kPa. Il valore più alto misurato nella parte cilindrica del silo è pari a 14.5 kPa.



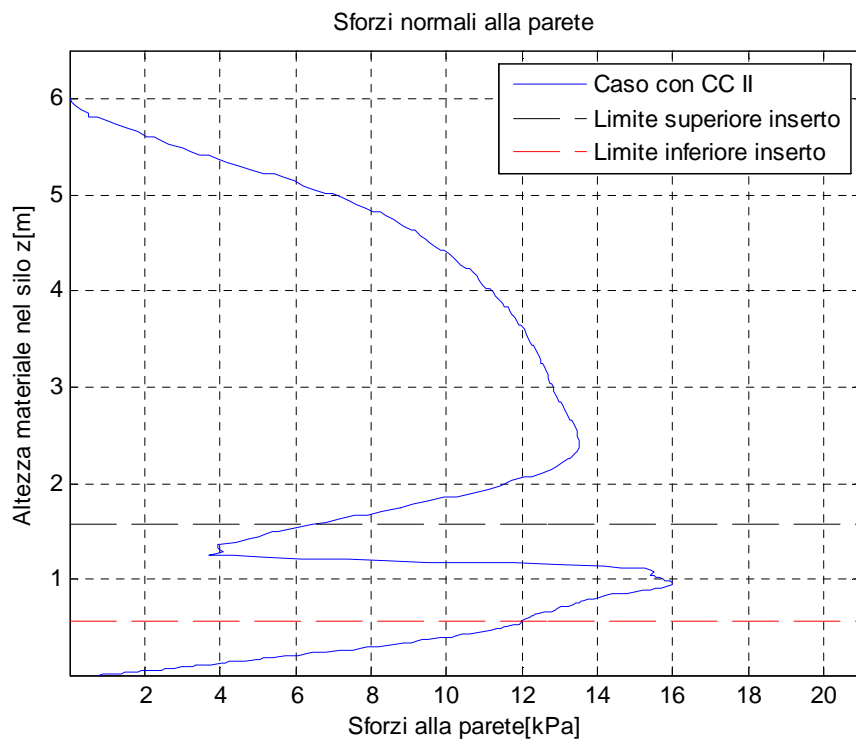
**Figura 5.27** *Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con CC I.*

L'inserto CC II è posto più in alto rispetto all'inserto CC I. In corrispondenza dell'inizio dell'inserto non si rileva nessun picco degli sforzi; gli sforzi diminuiscono fino al valore di circa 4 kPa per poi aumentare in corrispondenza della tramoggia.

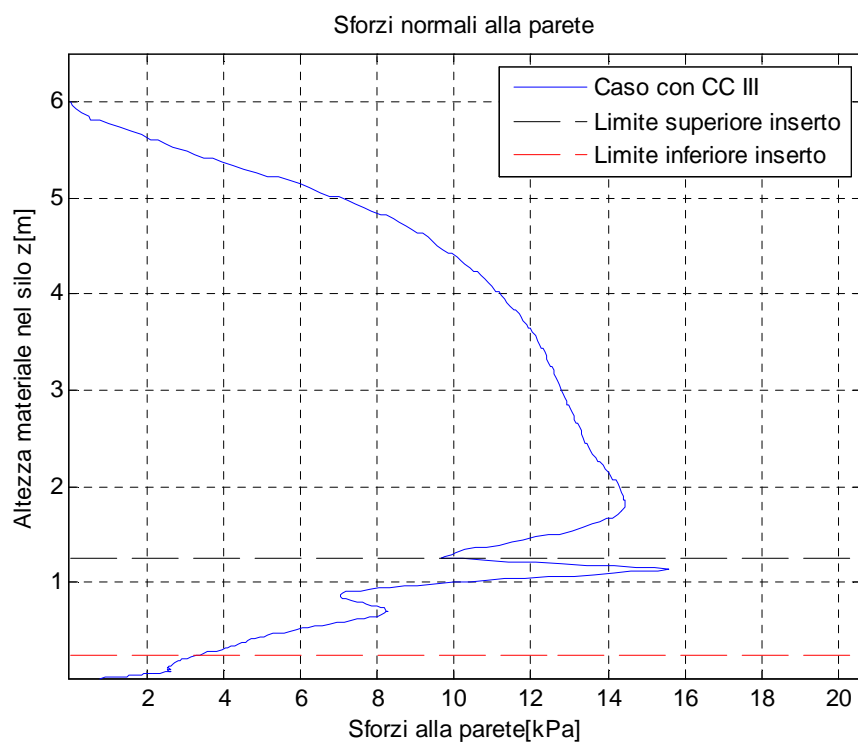
Il valore degli sforzi in corrispondenza della tramoggia risulta essere pari a 16 kPa. Il valore più alto misurato nella parte cilindrica del silo è pari a 13.5 kPa.

L'inserto CC III presenta un diametro superiore maggiore rispetto agli inserti CC I e CC II. Si nota un aumento degli sforzi nella parte cilindrica del silo. In corrispondenza dell'inserto si registra una diminuzione degli sforzi fino a circa 10 kPa. Gli sforzi successivamente aumentano in corrispondenza della tramoggia.

Il valore degli sforzi in corrispondenza della tramoggia risulta essere pari a 15 kPa. Il valore più alto misurato nella parte cilindrica del silo è pari a 14.5 kPa.



**Figura 5.28** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con CC II



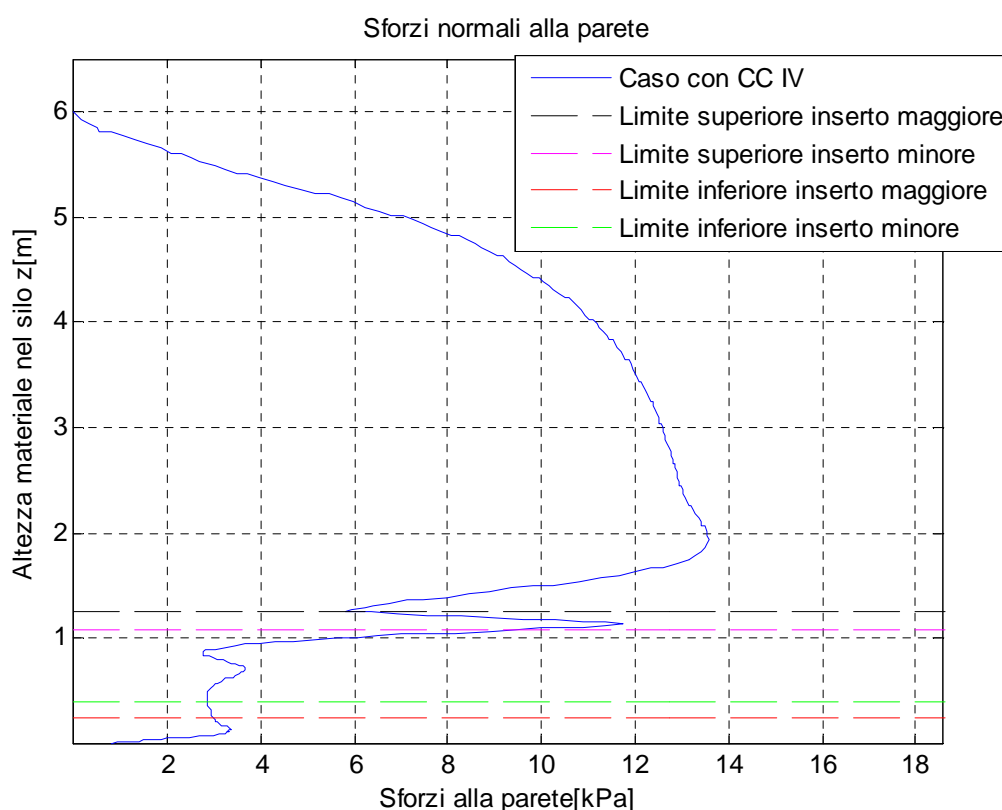
**Figura 5.29** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con CC III



Nella Figura 5.30 è riportato l'andamento degli sforzi normali alla parete per CC IV. Si nota, come nei casi precedenti, che è presente una diminuzione degli sforzi in corrispondenza dell'inserto e un aumento provocato dal passaggio del materiale in tramoggia.

Il valore degli sforzi in corrispondenza della tramoggia risulta essere pari a 12.5 kPa. Il valore più alto misurato nella parte cilindrica del silo è pari a 13.8 kPa.

Nel caso con inserto CC IV gli sforzi che si misurano nella parte cilindrica del silo sono più alti di quelli che si registrano nella tramoggia.



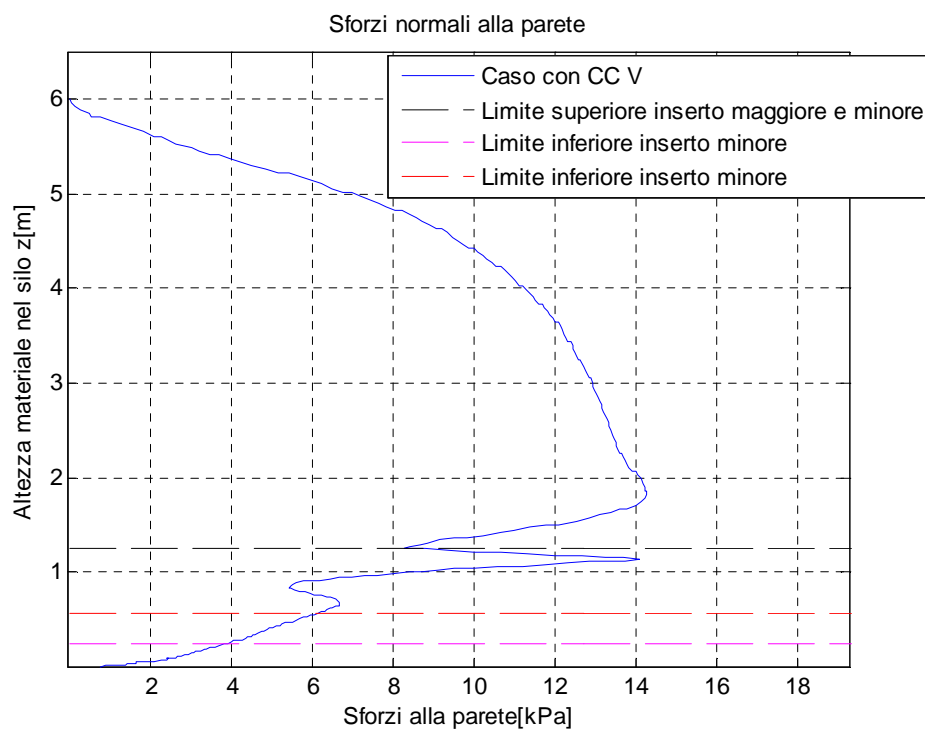
**Figura 5.30** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con CC IV

Anche per l'inserto CC V si nota una diminuzione degli sforzi in corrispondenza dell'inizio dell'inserto e un aumento degli sforzi in corrispondenza della zona di transizione.

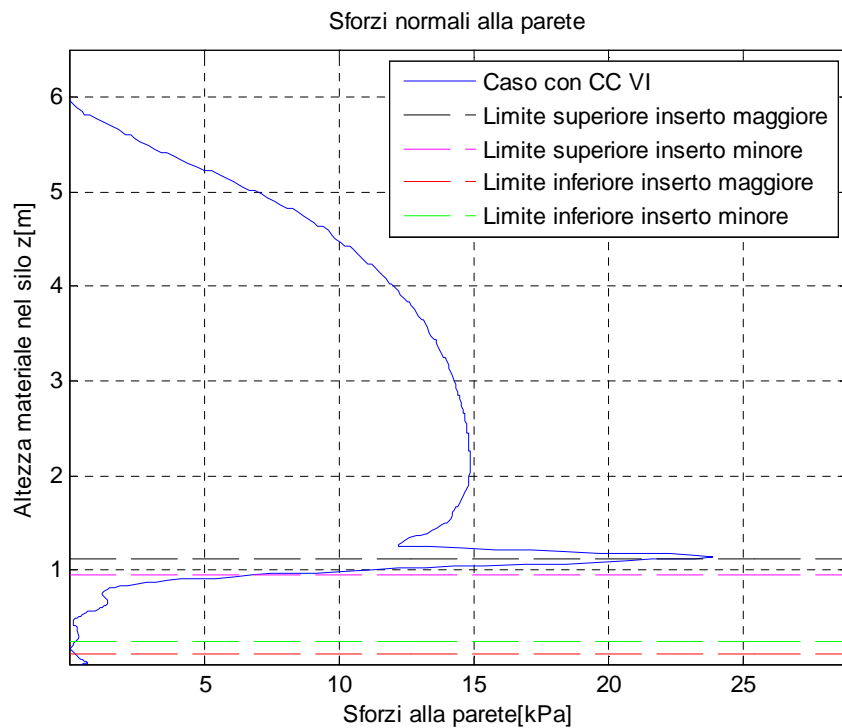
Il valore degli sforzi in corrispondenza della tramoggia risulta essere pari a 14.9 kPa. Il valore più alto misurato nella parte cilindrica del silo è pari a 14.2 kPa.

Con l'inserto CC VI si osserva un aumento degli sforzi in corrispondenza della tramoggia. L'inserimento dell'inserto sembra provocare solo una piccola diminuzione degli sforzi prima dell'inserto. Il valore degli sforzi in corrispondenza della tramoggia risulta essere pari a 24.5 kPa. Il valore più alto misurato nella parte cilindrica del silo è pari a 15 kPa.

Si segnala un andamento particolare al di sotto dell'inserto. Gli sforzi sembrano andare a zero e poi aumentare di poco alla fine del silo.



**Figura 5.31** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con CC V

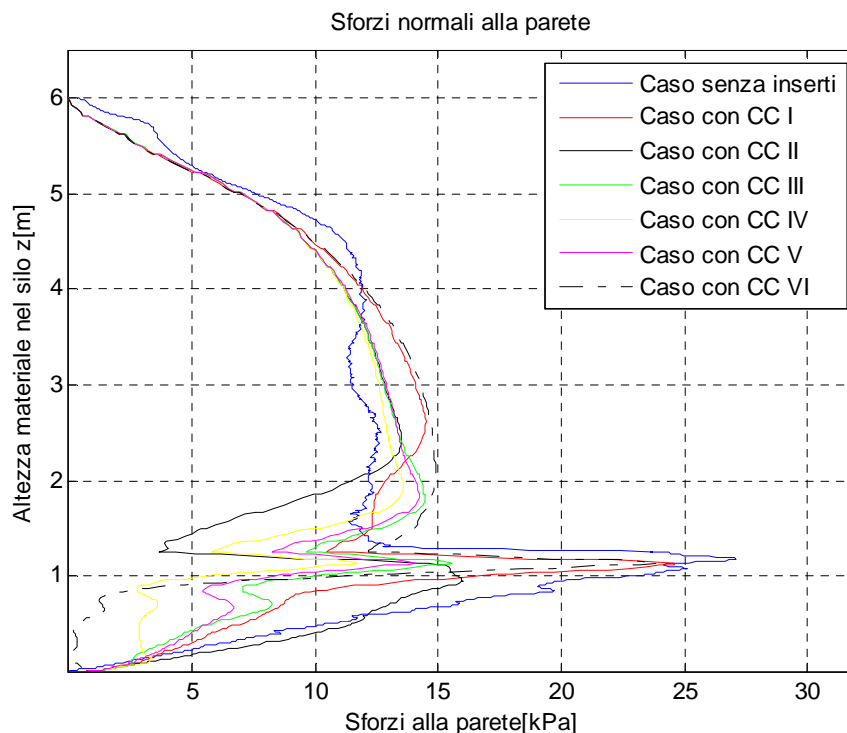


**Figura 5.32** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con CC VI

#### 5.2.3.4 Confronto tra i risultati ottenuti con gli inserti a *cone in cone* e *double cone in cone*

Confrontando gli sforzi alla parete ottenuti con gli inserti *cone in cone* e *double cone in cone* e gli sforzi ottenuti nel silo senza inserti, si possono fare le seguenti considerazioni:

- il picco maggiore degli sforzi si verifica nel caso senza inserti e si ha in corrispondenza dell'inizio tramoggia;
- gli inserti CC I e CC VI presentano valori elevati degli sforzi in prossimità della zona di transizione, comunque inferiori rispetto a quelli calcolati nel caso senza inserti;
- tutti gli inserti danno un picco di sforzi nella zona di transizione inferiore a quello calcolato con il caso senza inserti e questo risultato pare ragionevole dal momento che una parte degli sforzi normali alla parete viene scaricata sull'inserto;
- le variazioni più evidenti, rispetto al caso senza inserti, sembrano verificarsi al di sotto della zona di transizione del silo e al di sopra di essa. Questa variazione è di certo legata alla presenza dell'inserto. La variazione che si ha al di sotto della zona di transizione sembra rispettare le considerazioni teoriche riportate in §1.4.3. Al di sotto dell'inserto gli sforzi diminuiscono più rapidamente rispetto al caso senza inserti. Al di sopra della zona di transizione, invece, si registra sempre una diminuzione degli sforzi in corrispondenza dell'inizio dell'inserto e poi un aumento.



**Figura 5.33** Sforzi normali alla parete del silo per il caso senza inserto e con inserti *cone in cone* e *double cone in cone*

Dalla Tabella 5.1 risulta chiaro che gli sforzi nella zona cilindrica del silo non variano molto tra il caso senza inserto e i casi con inserti CC. La variazione maggiore si verifica nella tramoggia.

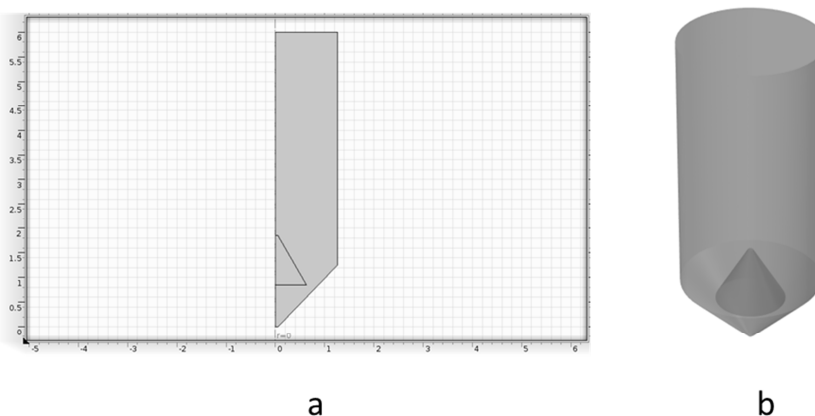
**Tabella 5.2** Valori massimi di sforzo normali alla parete calcolati nel caso senza inserti e con inserti a doppio cono

Inserto	Posizione inserto	Valore sforzo maggiore parte cilindrica[kPa]	Valore sforzo maggiore tramoggia[kPa]
No inserto	-	12.5	27.6
CC I	Tramoggia	14.5	23.7
CC II	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	13.5	16
CC III	Tramoggia	14.5	15
CC IV	Tramoggia	13.8	12.5
CC V	Tramoggia	14.2	14.9
CC VI	Tramoggia	15	24.5

#### 5.5.4 Simulazione con inserto a cono invertito

##### 5.5.4.1 Geometria del silo con inserto a cono invertito

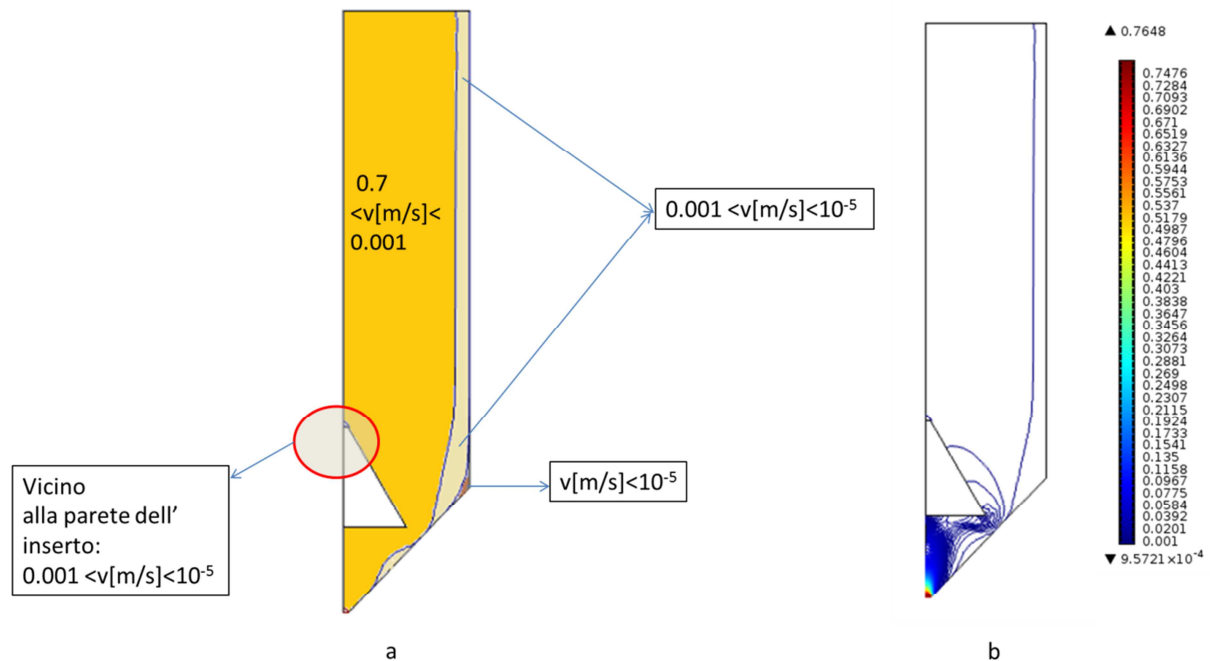
L'inserto a cono invertito viene nominato ICI. A differenza degli inserti CC, esso è chiuso e il diametro più piccolo del cono è rivolto verso l'alto, mentre il diametro più grande verso l'alto.



**Figura 5.34** Silo con inserto a doppio cono IC I: a) geometria IC I creata in Comsol; b) geometria 3D del silo con inserto IC I

#### 5.5.4.2 Profili di flusso e velocità con inserto a cono invertito

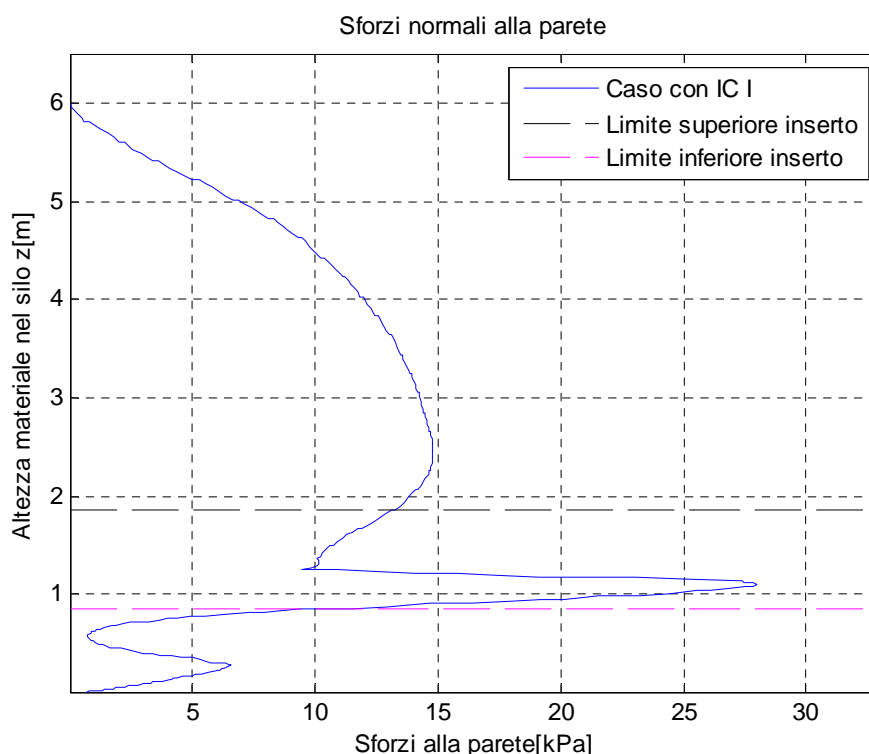
L'inserto IC I fa aumentare la zona di flusso ad alta velocità, mentre riduce quasi totalmente la zona considerata stagnante. Persiste una zona di flusso a velocità inferiore, e non è possibile affermare che l'inserto IC I modifichi il flusso da *funnel flow* a *mass flow*.



**Figura 5.35** Silo con inserto IC I: (a) Zone di flusso individuate dalla velocità all'interno del silo; (b) Valori della velocità di scarico del materiale in relazione all'altezza del silo

#### 5.5.4.3 Sforzi normali alla parete silo con inserto a cono invertito

L'inserto IC I è posto in una posizione intermedia tra parte cilindrica del silo e tramoggia. In corrispondenza della parte superiore dell'inserto si verifica una diminuzione degli sforzi. In prossimità della tramoggia gli sforzi aumentano fino a circa 28 kPa. Al di sotto dell'inserto si nota un andamento particolare degli sforzi, già segnalato con altri inserti: si nota una diminuzione degli sforzi e poi un aumento. Gli sforzi normali alla parete sembrano diminuire fino a zero per poi aumentare di qualche kPa.



**Figura 5.36** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con IC I

Nella Tabella 5.3 vengono riportati i valori di sforzi alla parete maggiori calcolati attraverso la simulazione. Come già osservato, i dati in Tabella 5.3 mostrano come il picco in corrispondenza della zona di transizione sia simile nel caso senza inserto e con inserto IC I.

**Tabella 5.3** Valori massimi di sforzo normali alla parete calcolati nel caso senza inserti e con inserti a cono invertito

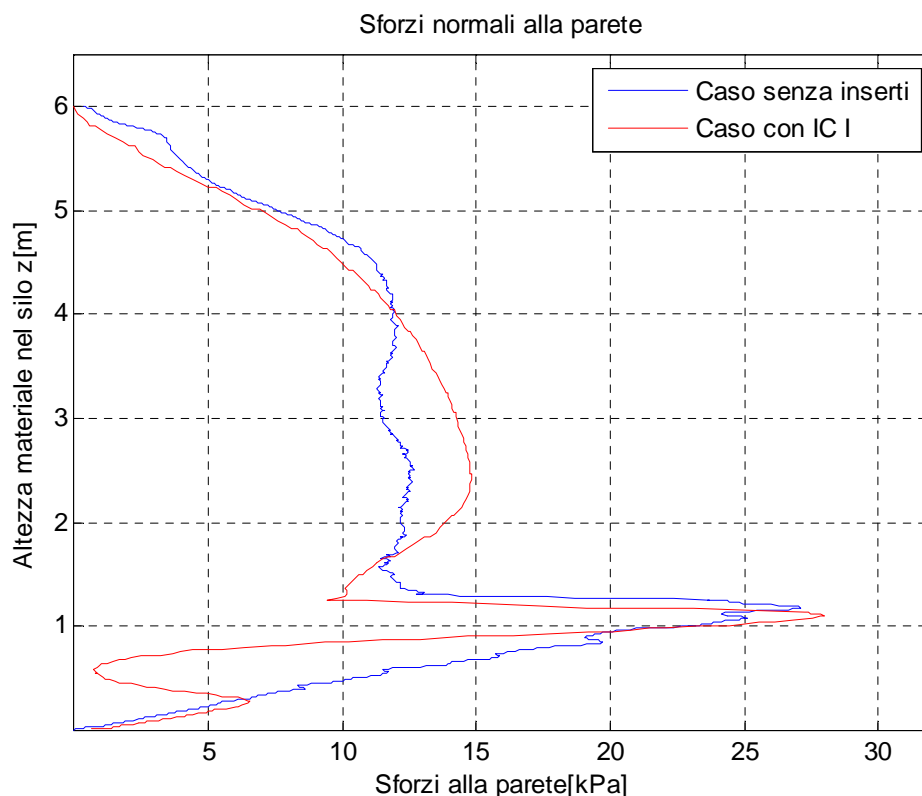
Inserto	Posizione inserto	Valore sforzo maggiore parte cilindrica[kPa]	Valore sforzo maggiore tramoggia[kPa]
No inserto	-	12.5	27.6
IC I	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	14.8	28

#### 5.5.4.4 Confronto tra i risultati ottenuti con l'inserto *inverted cone* e il caso senza inserti

Confrontando il caso senza inserti con il caso con inserto ICI si può notare che:

- nell'altezza del materiale compresa tra 6 m e 4 m, gli sforzi normali alla parete presentano un andamento simile;

- al di sotto dei 4 m, la diminuzione degli sforzi è maggiore nel caso senza inserti che nel caso con inserto IC I;
- nella zona in cui è presente l'inserto si nota prima un picco di diminuzione degli sforzi, poi un aumento in prossimità dell'inizio della tramoggia. Il picco di pressione in corrispondenza della zona di transizione presenta un valore simile nei due casi;
- al di sotto dell'inserto si nota una variazione degli sforzi rispetto al caso senza inserto: si ha una notevole diminuzione degli sforzi e poi un live aumento. Nella parte finale l'andamento degli sforzi è simile a quello per il caso senza inserti.



**Figura 5.37** Sforzi normali alla parete del silo per il caso senza inserto e con inserto inverted cone

## 5.6 Confronto tra i vari risultati ottenuti: caso senza inserti e con inserti

Per quanto riguarda gli sforzi normali alla parete il modello implementato in *Comsol Multiphysics 4* calcola una diminuzione degli sforzi in corrispondenza dell'inserto. Infatti è plausibile aspettarsi che una parte della pressione venga sostenuta dagli inserti e che gli sforzi alla parete diminuiscano.

Per quanto riguarda il regime di flusso i risultati ottenuti dimostrano che gli inserti modificano il modo in cui il materiale fluisce dal silo.

In Tabella 5.4 viene riportato un riassunto degli sforzi normali più alti calcolati alla parete del silo con e senza inserti.

**Tabella 5.4** Valori massimi di sforzo normali alla parete calcolati nel caso senza inserti e con inserti a cono invertito

Inserto	Posizione inserto	Valore sforzo maggiore parte cilindrica[kPa]	Valore sforzo maggiore tramoggia[kPa]
No inserto	-	12.5	27.6
DC I	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	14.7	28
DC II	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	15	20
DC III	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	15	23
DC IV	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	15	23.5
DC V	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	16.7	23
CC I	Tramoggia	14.5	23.7
CC II	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	13.5	16
CC III	Tramoggia	14.5	15
CC IV	Tramoggia	13.8	12.5
CC V	Tramoggia	14.2	14.9
CC VI	Tramoggia	15	24.5
IC I	Posizione intermedia parte cilindrica-tramoggia	14.8	28

## 5.7 Considerazioni sugli sforzi che agiscono in un silo

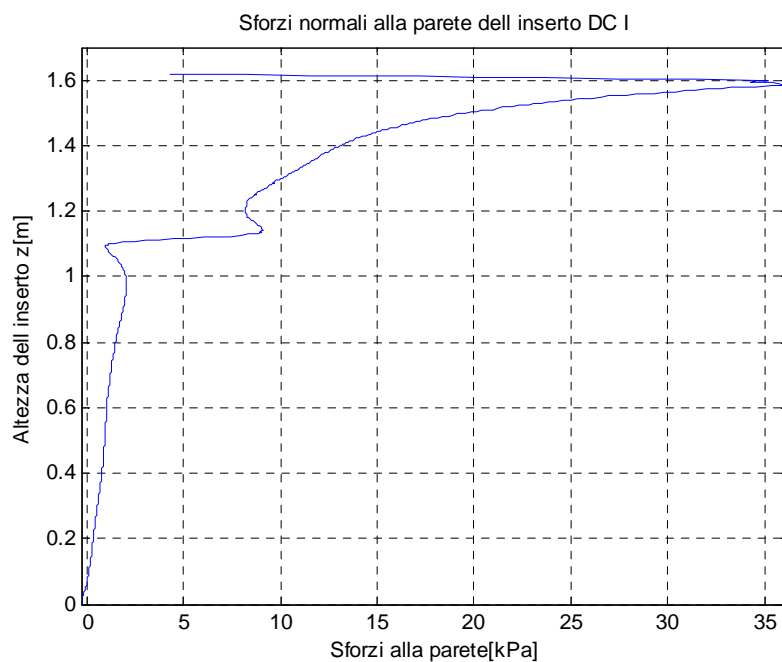
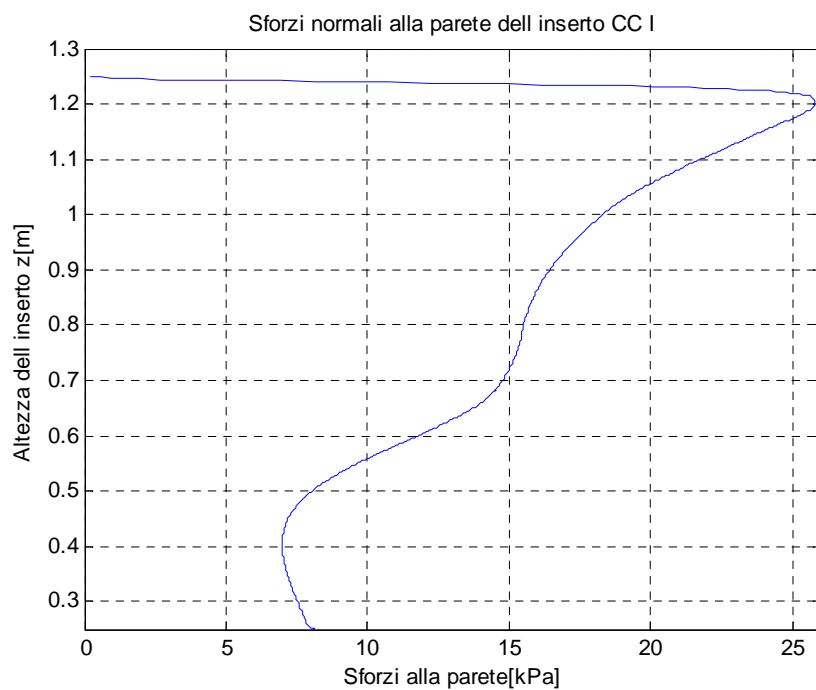
### 5.7.1 Sforzo normale alla parete dell'inserto

La simulazione permette di ottenere dei dati che, sperimentalmente, sarebbero difficili da acquisire, come l'andamento degli sforzi normali alla parete dell'inserto.

Attraverso *Comsol Multiphysics 4.3* si sono calcolati gli sforzi normali che gravano alla pareti dell'inserto DC I, CC I e IC I. In tutti i tre i casi si riscontra un aumento molto veloce degli sforzi normali nel momento in cui il materiale inizia a gravare sull'inserto. Lo sforzo normale poi decresce, in modo diverso a seconda dell'inserto.

Gli sforzi normali sull'inserto DC I sono più elevati nella parte superiore dell'inserto e decrescono, fino a quando non cambia l'inclinazione dell'inserto. Qui si ha una brusca diminuzione degli sforzi che poi decrescono lentamente fino a zero in corrispondenza del vertice inferiore. Gli sforzi normali alla parete dell'inserto CC I presentano un picco, a livello della parte superiore dell'inserto, e poi decrescono lentamente, senza arrivare a zero.



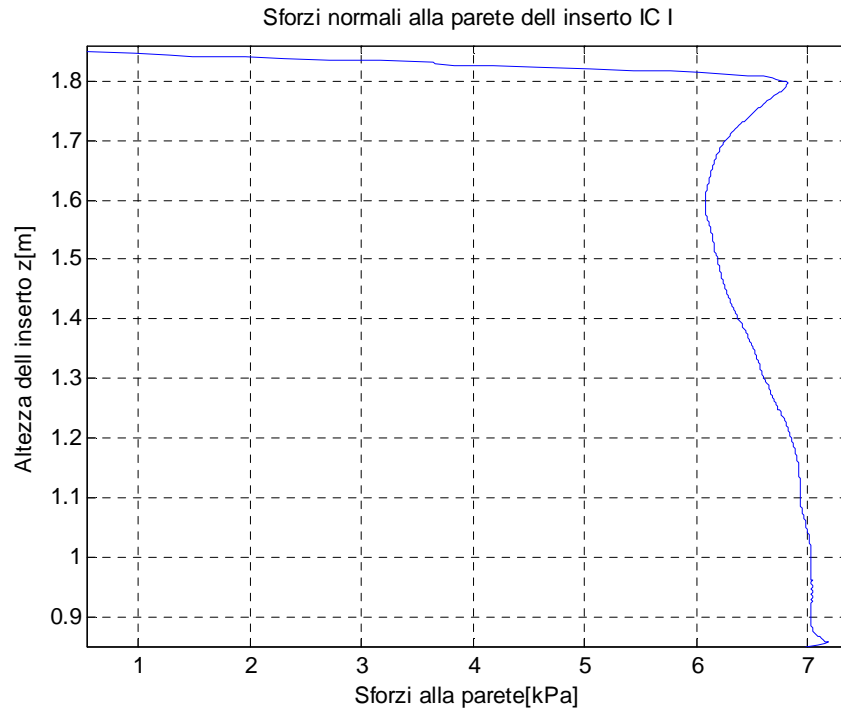
**Figura 5.38** *Sforzi normali alla parete dell'inserto DC I***Figura 5.39** *Sforzi normali alla parete dell'inserto CC I*

Gli sforzi normali sulla parete dell'inserto ICI crescono rapidamente nel momento in cui il materiale incontrano l'inserto, poi decrescono per un breve tratto; infine aumentano fino a 7 kPa alla base del cono

In tutti e tre i casi l'aumento degli sforzi alla parete inizialmente è molto rapido e decresce in modo diverso a seconda della geometria dei tre inserti.

Il doppio cono DC I presenta gli sforzi alla parete più alti.

Avere una stima degli sforzi alla parete sull'inserto è molto utile in sede di progettazione e di scelta dell'inserto stesso.



**Figura 5.40** Sforzi normali alla parete dell'inserto IC I

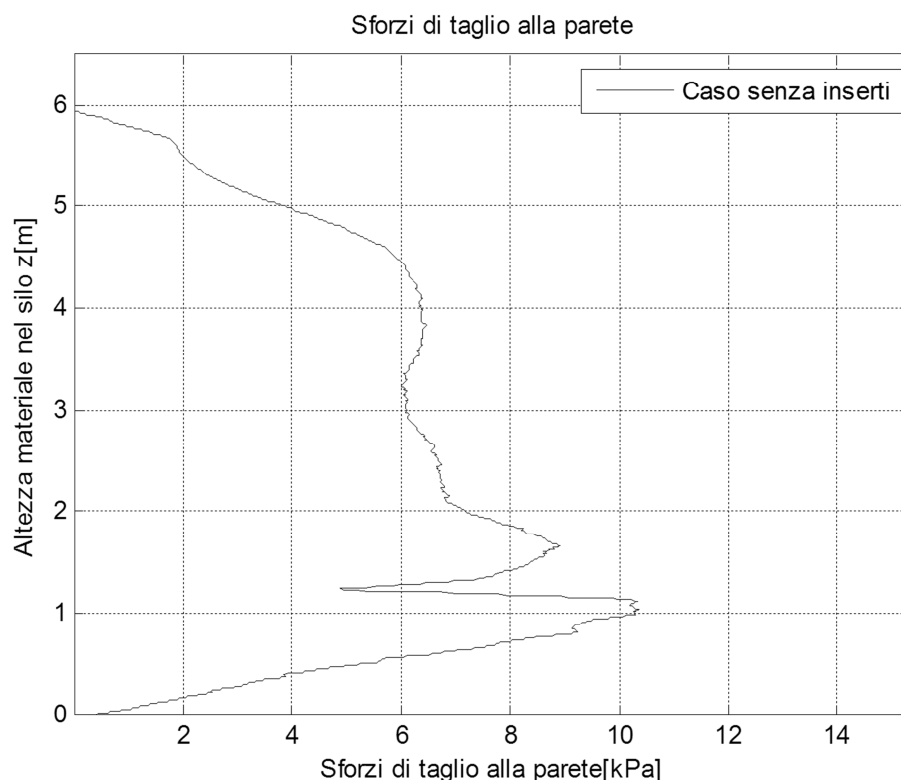
### 5.7.2 Sforzi di taglio alla parete del silo

Secondo quanto riportato in §1.3 lo sforzo di taglio alla parete dovrebbe dare delle informazioni sulla modalità di flusso del materiale granulare.

Durante un regime di *pipe flow* si verifica un aumento di sforzo alla parete in corrispondenza dell'inizio della tramoggia, anche se il picco è inferiore rispetto al caso in cui il materiale si muove in regime di *mass flow*. Secondo Ding (2005) la diminuzione del picco viene spiegata dal fatto che il materiale vicino alla parete è fermo e non c'è sforzo di taglio alla parete.

Inoltre, in un regime di *mixed flow* il valore più alto di sforzo alla parete si verifica nel punto chiamato di “effettiva di transizione”, ossia nella zona in cui c'è la transizione tra flusso del materiale e zona stagnante (Ooi *et al.*,1990).

In questo paragrafo si cerca di dimostrare queste affermazioni, grazie ai risultati ottenuti dalle simulazioni.

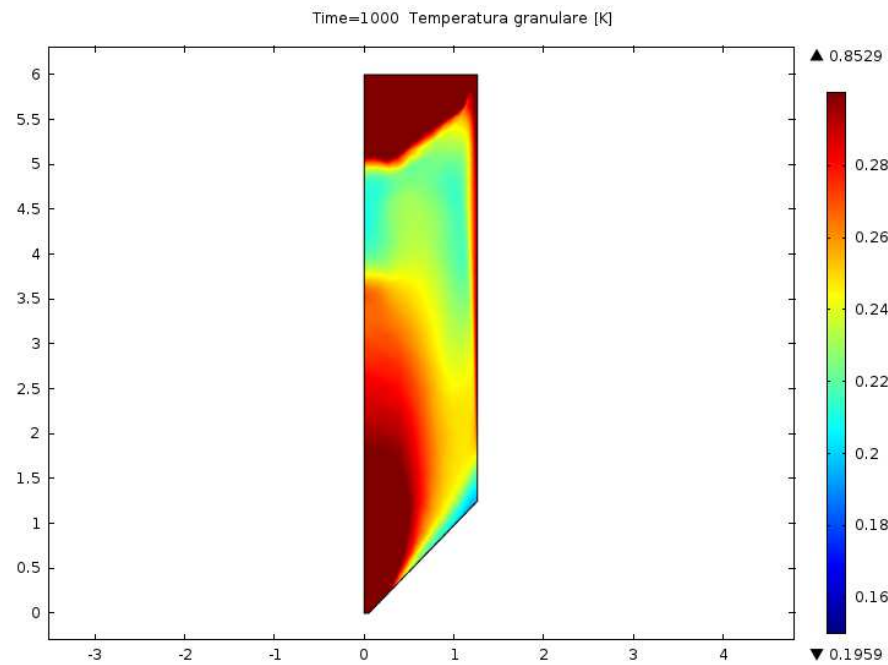


**Figura 5.41** Sforzi normali alla parete del silo senza inserti

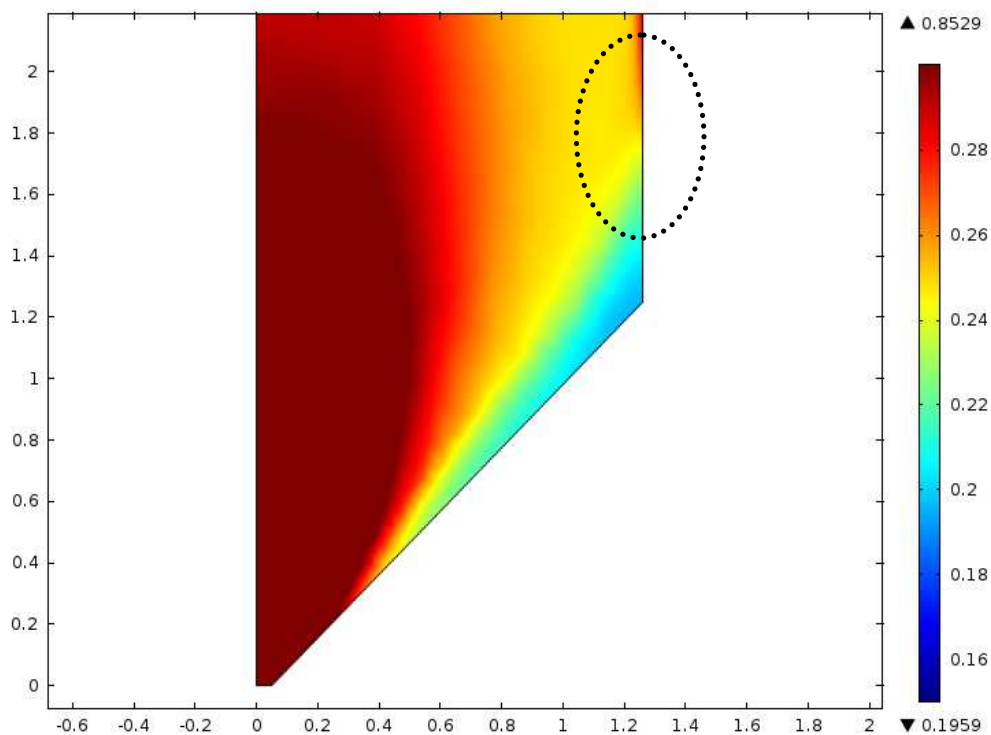
Dal grafico riportato in Figura 5.41 si possono notare due picchi: uno più in basso, in corrispondenza del passaggio del materiale in tramoggia e un secondo picco, meno intenso, ad un'altezza di circa 1.7 m. Questo secondo picco potrebbe rappresentare, secondo quanto riportato sopra, il punto di effettiva transizione tra flusso del materiale e zona stagnante.

È possibile osservare effettivamente questa transizione dalle mappe che riportano la temperatura granulare. Infatti, come spiegato in §2.2.1.1, la temperatura granulare può essere

considerata come una misura locale della mobilità o scorrevolezza dinamica del pseudo-fluido. La temperatura granulare si misura in  $\text{m}^2/\text{s}^2$  ma, per il modo in cui è definita in Comsol, la sua unità di misura nei grafici è quella di una temperatura, ossia in kelvin.



**Figura 5.42** Mappa della temperatura granulare nel silo



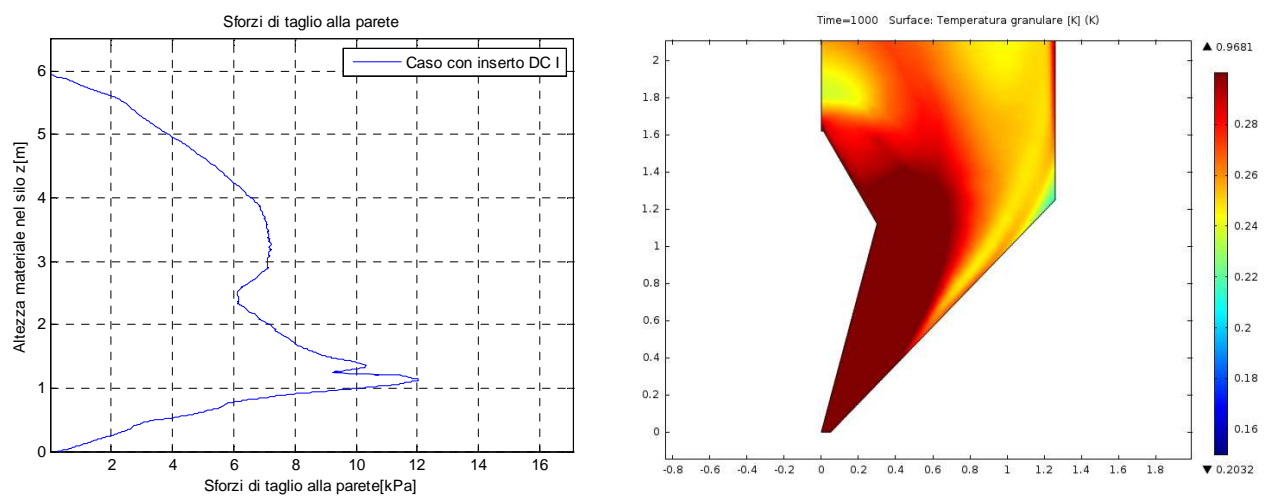
**Figura 5.43** Mappa della temperatura granulare nel silo: ingrandimento della zona inferiore del silo

Nella Figura 5.42 è possibile osservare, ad un'altezza di circa 1.7 m, una brusca variazione della temperatura granulare: alla parete vicino alla tramoggia si riscontra una diminuzione rapida della temperatura granulare, quindi una diminuzione della mobilità del materiale.

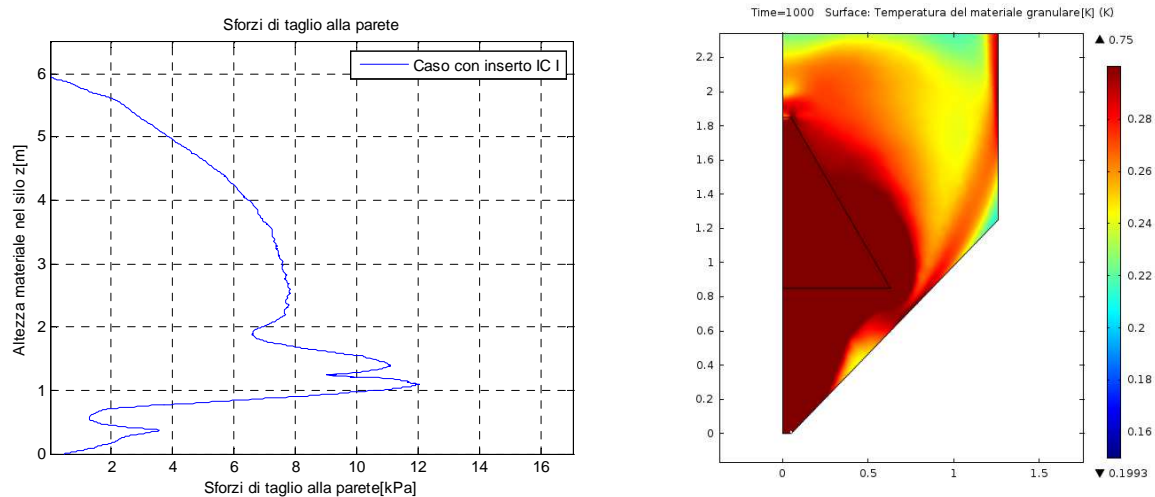
Il picco inferiore dello sforzo di taglio alla parete evidenziato in Figura 5.40 fornisce effettivamente un'informazione che riguarda il moto del materiale granulare.

Si osserva che, in disaccordo con quanto affermato da Ooi (1990) il picco degli sforzi di taglio alla parete è superiore quando il materiale passa nella tramoggia e non nell'effettiva zona di transizione.

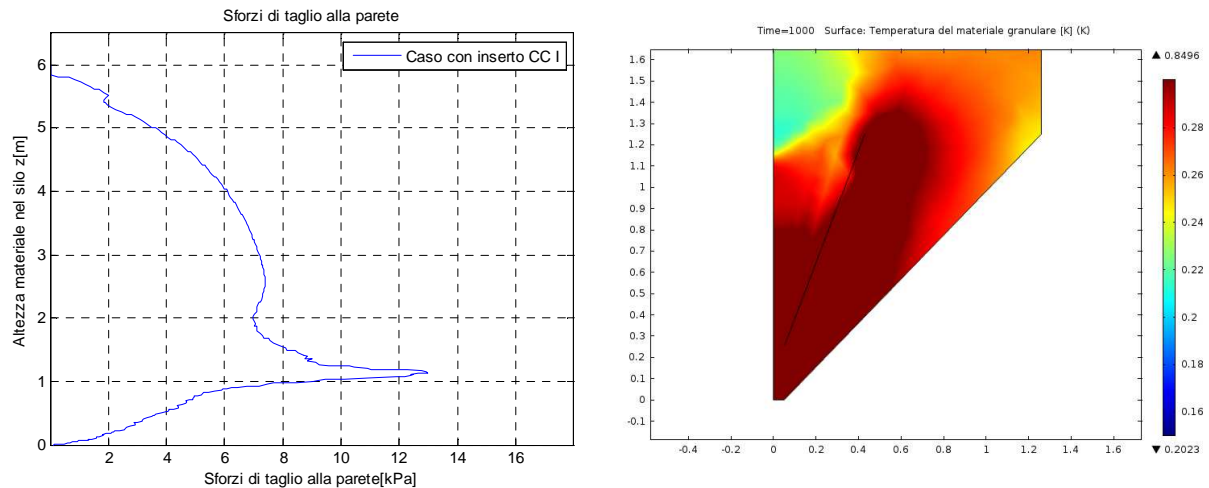
Si è verificato, inoltre, se lo stesso tipo di analogia potesse essere applicata anche nel caso con inserti. In particolare si è indagato nei casi con silo con inserti DC I, CC I e IC I.



**Figura 5.44** Silo con inserto DC I: (a) sforzi di taglio alla parete; (b) Mappa di temperatura granulare: ingrandimento zona inferiore silo



**Figura 5.45** Silo con inserto IC I: (a) sforzi di taglio alla parete; (b) Mappa di temperatura granulare: ingrandimento zona inferiore silo



**Figura 5.46** Silo con inserto CC I: (a) sforzi di taglio alla parete; (b) Mappa di temperatura granulare: ingrandimento zona inferiore silo

Con gli inserti DC I e IC I si verifica quanto già notato nel caso senza inserti. Nei grafici degli sforzi di taglio si notano, in entrambi i casi, due picchi dello sforzo di taglio che corrispondono alla zona di effettiva transizione.

Nel caso con inserto CC I, come si può notare nella Figura 5.46 a, non c'è nessun picco degli sforzi di taglio riferibili alla zona di transizione e in effetti nella mappa di temperatura granulare non si registra una brusca variazione, come invece osservato, soprattutto nel caso senza inserti. Questa osservazione è in accordo anche con quanto riportato in §5.5.3.2 e con i profili di velocità in Figura 5.20.

# Capitolo 6

## Confronto tra i risultati ottenuti dalla simulazione e i risultati sperimentali

In questo capitolo si confrontano i risultati ottenuti attraverso le simulazioni effettuate con *Comsol Multiphysics 4.3* e i risultati sperimentali riportati nel Capitolo 3 ottenuti dagli studi di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007).

### 6.1 Confronto risultati: silo senza inserti

Nel Capitolo 5 è stato osservato che per il caso senza inserti è possibile individuare tre zone di flusso a differente velocità. I risultati ottenuti dalla simulazione sembrano dimostrare le osservazione avanzate da Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) nei loro studi sperimentali.

È possibile individuare, quindi, all'interno del silo durante la fase di scarico tre zone di flusso:

- una zona centrale, nella quale il materiale fluisce velocemente;
- una zona compresa tra la parte centrale e la parete nella quale la velocità è ridotta in modo notevole anche se il materiale non si può definire stagnante;
- una terza zona, ridosso alla parete, in cui la velocità è talmente bassa che è possibile considerare che il materiale sia a tutti gli effetti stagnante.

È stato possibile confrontare gli sforzi normali alla parete ottenuti dalla simulazione, con gli sforzi normali ottenuti dagli studi sperimentali grazie all'ausilio del programma Matlab, *Grabit.m* ( <http://www.mathworks.com> ), che estrapola i punti sperimentali da un grafico.

Questo programma richiede dei dati di input che sono:

- l'immagine della figura con il grafico che riporta i dati da estrapolare;
- il valore dell'origine dell'asse x e y e la posizione dell'origine nella figura;
- il valore massimo dell'asse x e y e la posizione rispettiva nella figura;
- i punti all'interno del grafico dei quali si vuole conoscere le coordinate.

Per il confronto effettuato in questo capitolo i punti sono stati estrapolati dalle Figure 3.7, 3.13, 3.19, 3.20, 3.21, 3.25.

I dati estrapolati possono risultare imprecisi e per questo è stata inserita una banda di errore che tiene conto di una variazione del 15% sul valore massimo di sforzo, che corrisponde all'incertezza dei dati sperimentali riportati negli articoli di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e di Hartl *et al.* (2007).

Per il caso senza inserto i punti ricavati dal grafico riportato in Figura 3.6, sono riportati nella Tabella 6.1

**Tabella 6.1** Punti estrapolati dal grafico di Figura 3.7 per il silo senza inserti: sforzi normali alla parete

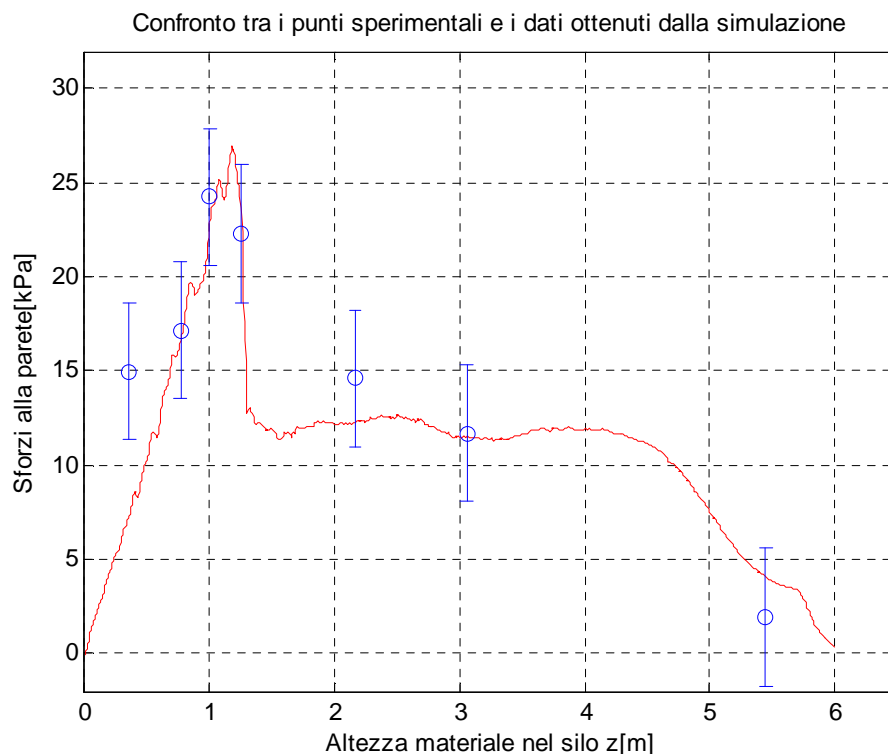
Sforzi normali alla parete[kPa]	z[m]
1.70	5.42
11.47	3.02
14.64	2.15
22.23	1.12
24.00	0.99
17.21	0.73
14.96	0.31

La Figura 6.1 mostra il confronto tra i valori puntuali degli sforzi calcolati durante gli esperimenti condotti da Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) e i valori ottenuti con la simulazione.

**Tabella 6.2** Punti estrapolati dal grafico di Figura 3.7 per il silo senza inserti: sforzi di taglio alla parete

Sforzi di taglio alla parete[kPa]	z[m]
8.04	1.15
9.94	1.02
7.93	0.74
4.14	0.35

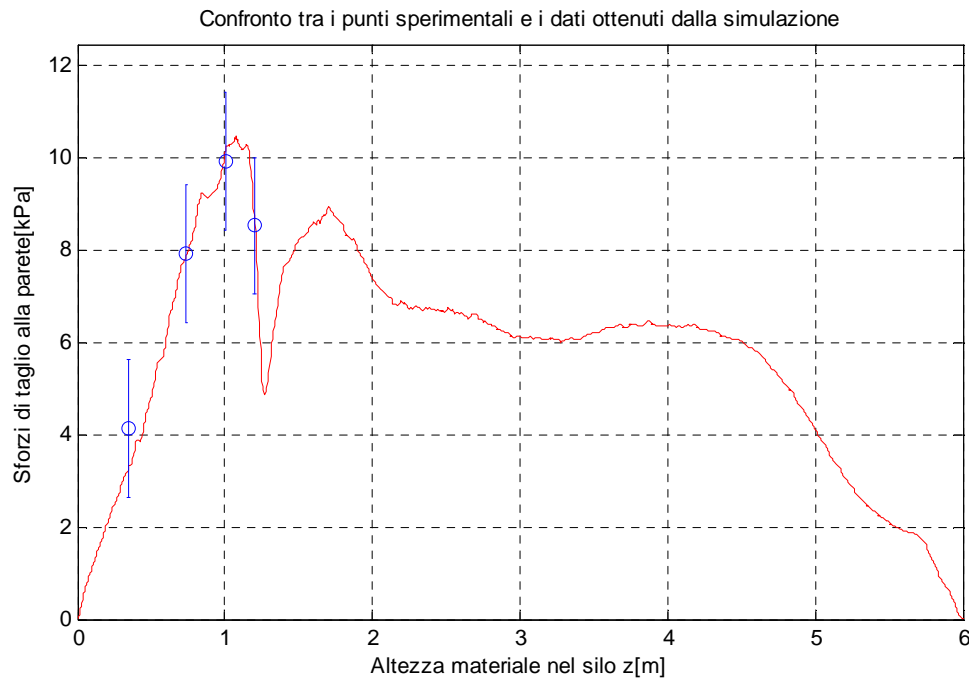




**Figura 6.1** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo senza inserti: la linea continua rossa grafica i dati ottenuti dalla simulazione, i cerchi blu indicano i punti ottenuti dalle valutazioni sperimentali

Si può notare che la simulazione riproduce con precisione i dati sperimentali. La precisione è maggiore nella zona di transizione, ossia quando il materiale passa nella tramoggia e predice bene il picco di sforzo che si verifica al passaggio da stato attivo a passivo. Il modello riesce a predire bene anche gli sforzi nella parte cilindrica del silo, infatti gli sforzi aumentano lentamente con l'avanzare dello scarico.

In Figura 6.2 sono riportati gli sforzi tangenziali alla parete calcolati dalla simulazione e confrontati con i dati sperimentali. Anche per gli sforzi tangenziali si nota una buona corrispondenza. Come nel caso precedente i punti per il confronto sono stati estrapolati grazie a *Grabit.m* dalla Figura 3.7.



**Figura 6.2** Sforzi tangenziali alla parete calcolati nel silo senza inserti: la linea continua rossa grafica i dati ottenuti dalla simulazione, i cerchi blu indicano i punti ottenuti dalle valutazioni sperimentali

## 6.2 Confronto risultati: silo con inserti

### 6.2.1 Silo con inserto DC I

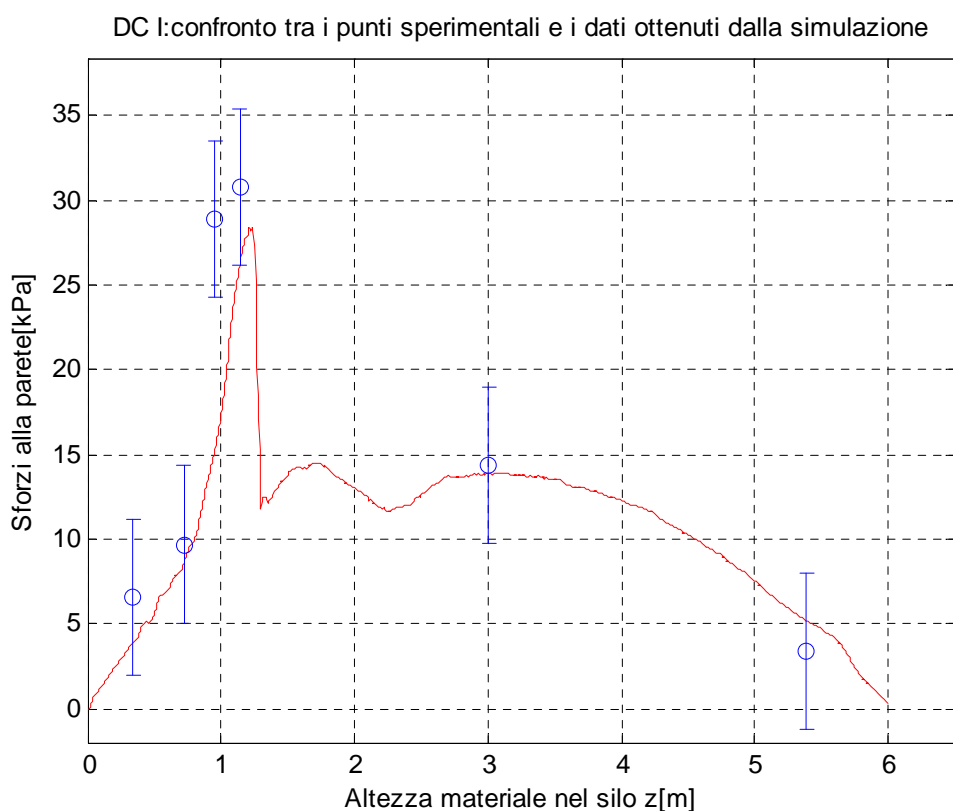
I risultati sperimentali hanno mostrato che con questo inserto il canale di flusso a velocità maggiore si amplia rispetto al caso senza inserti. Gli stessi risultati sono stati ottenuti attraverso la simulazione. Come già notato nel Capitolo 5, il canale di flusso si amplia rispetto al caso senza inserti, anche conducendo la simulazione con *Comsol Multiphysics 4.3*.

Gli studi di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) riportano solo per l'inserto DC I, tra tutti gli inserti a doppio cono installato, il profilo degli sforzi normali alla parete.

Per il caso con inserto DC I i punti ricavati dal grafico riportato in Figura 3.13, sono riportati nella Tabella 6.3.

**Tabella 6.3** *Punti estrapolati dal grafico di figura 3.13 per il silo con inserto DC I*

Sforzi normali alla parete[kPa]	z[m]
3.39	5.43
14.23	3.00
30.78	1.13
28.84	0.95
9.68	0.72
6.54	0.34

**Figura 6.3** *Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con inserto DC I: la linea continua rossa grafica i dati ottenuti dalla simulazione .i cerchi blu indicano i punti ottenuti dalle valutazioni sperimentali*

Dal grafico 6.3 si può notare che il modello predice con abbastanza precisione gli sforzi normali alla parete della parte cilindrica del silo e nella parte bassa della tramoggia. Sottostima, invece, gli sforzi normali alla parete nella zona di transizione del silo.

### 6.2.2 Silo con inserti DC II-DC III-DC IV e DC V

Per gli inserti DC II, DC III, DC IV e DC V non sono presenti nella letteratura presa in considerazione i grafici degli andamenti degli sforzi normali alla parete.

Per questi inserti, quindi, si fa una valutazione solamente per il profilo di flusso.

Dagli studi sperimentali si è visto che questi inserti causano un flusso non uniforme e che quindi la loro installazione non apporta alcun vantaggio al regime di flusso.

Dalle simulazioni si è potuto osservare che l'inserto DC I aumenta il canale di flusso alla velocità maggiore; gli altri inserti a doppio cono peggiorano o mantengono la stessa situazione trovata con DC I.

L'inserto *double cone* che migliora il flusso all'interno del silo è DC I. Ruotare DC di 180 ° o spostarlo all'interno del silo non apporta miglioramenti al flusso.

### 6.2.3 Silo con inserto CC I

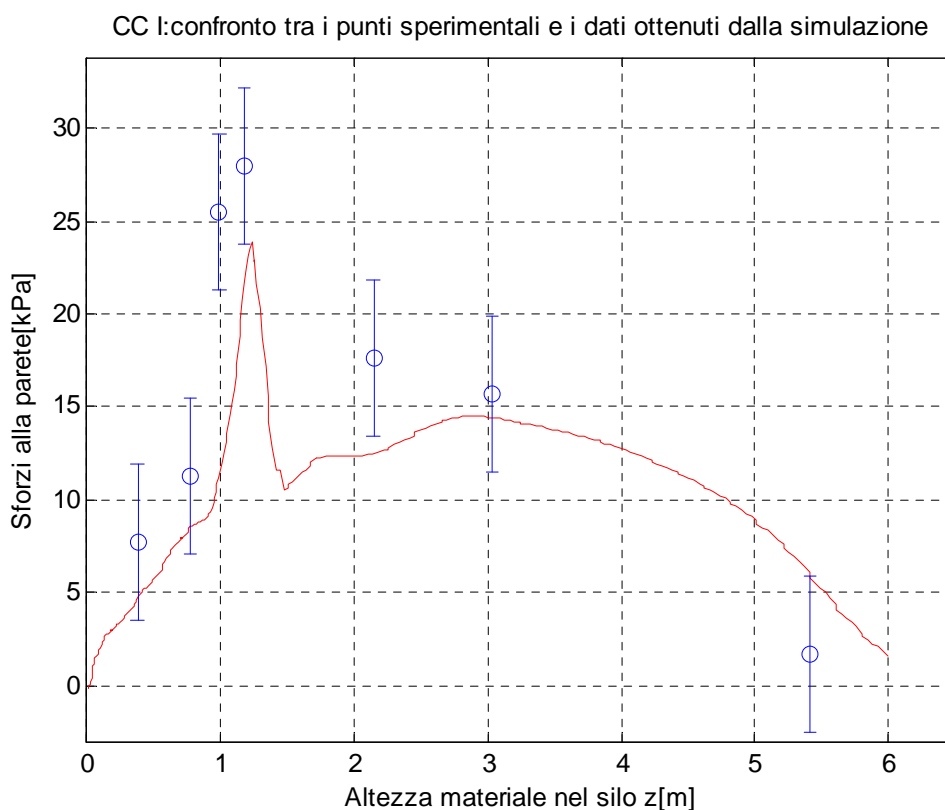
Sperimentalmente con l'inserto CC I si ottiene una configurazione di flusso simile a quella generata con l'inserto a doppio cono, ed è quindi possibile distinguere tre regioni di flusso a velocità differente.

La simulazione con inserto CC I crea un profilo differente rispetto a DC I. Si riconoscono sempre tre canali a velocità differente, ma il canale a velocità più bassa si localizza lungo la parete del silo, a differenza del caso con inserto DC I che il materiale a bassa velocità si localizza nella fase di transizione. La zona stagnante con CC I si riduce rispetto ai casi con inserti *double cone*.

Per il caso con inserto CC I i punti ricavati dal grafico riportati in Figura 3.19. sono riportati nella Tabella 6.4.

**Tabella 6.4** Punti estrapolati dal grafico di figura 3.19 per il silo con inserto CC I

Sforzi normali alla parete[kPa]	z[m]
1.68	5.41
15.71	3.03
17.62	2.14
27.98	1.17
25.53	0.98
11.23	0.77
7.72	0.37
1.68	5.41

**Figura 6.4** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con inserto CC I: la linea continua rossa grafica i dati ottenuti dalla simulazione. I cerchi blu indicano i punti ottenuti dalle valutazioni sperimentali

Come nel caso del silo con inserto DC I si trova che il modello prevede bene gli sforzi alla parete nella parte cilindrica del silo, mentre sottostima gli sforzi alla parete nella zona di transizione.

### 6.2.4 Silo con inserto CC III

Inserendo l'inserto CC III, i risultati sperimentali hanno evidenziato la presenza di un *pipe flow*. Il canale di flusso in cui il materiale granulare scorre velocemente è risultato circondato da una zona di flusso lenta. Con questo tipo di inserto il regime di flusso che si è registrato è molto simile a quello del silo senza inserti.

Con la simulazione si ottiene un risultato analogo. Con l'inserto CC III si crea un canale centrale di flusso ad alta velocità, circondato da altri due canali di flusso: uno a velocità più bassa e uno in cui il materiale risulta stagnante.

Per il caso con inserto CC III i punti ricavati dal grafico riportati in Figura 3.20 sono riportati nella Tabella 6.4.

**Tabella 6.4** *Punti estrapolati dal grafico di figura 3.20 per il silo con inserto CC III*

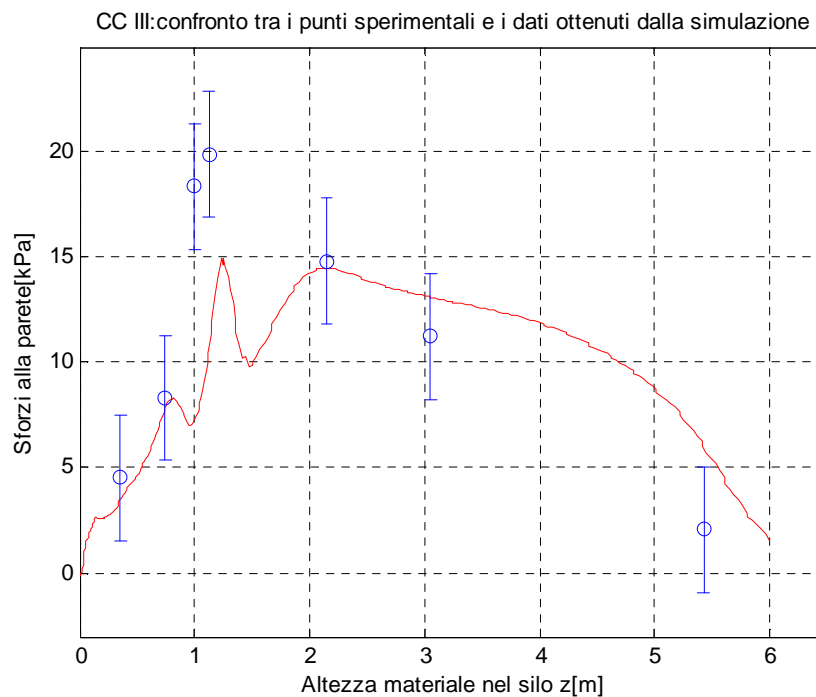
Sforzi normali alla parete[kPa]	z[m]
2.24	5.44
11.37	3.05
14.82	2.16
19.87	1.12
18.33	0.98
8.41	0.75
4.61	0.40

Gli sforzi alla parete con inserto CC III vengono predetti abbastanza bene dal modello, a parte nella zona di transizione dove vengono sottostimati. Lo stesso accade per il silo con inserto CC IV.

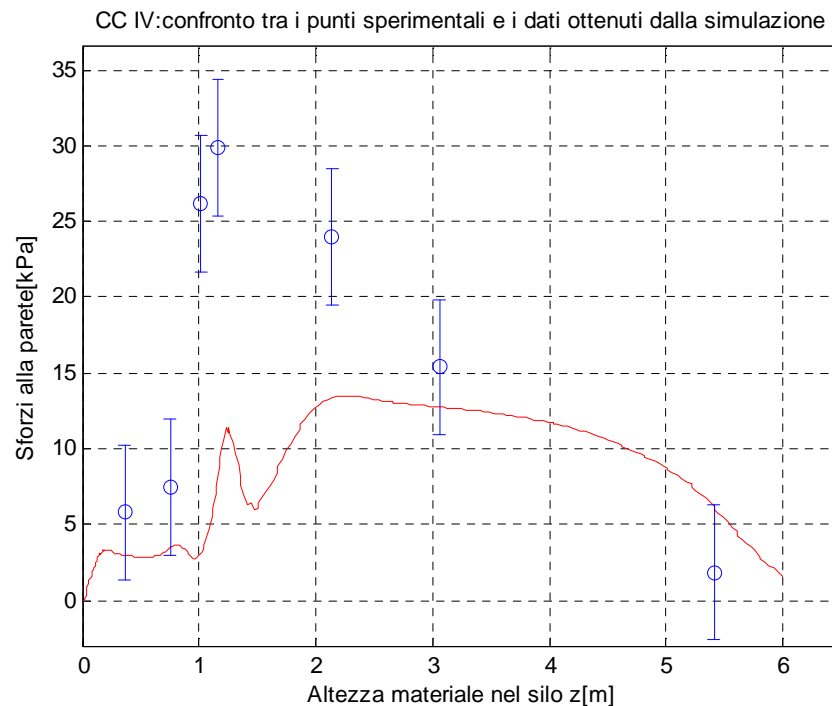
Per il caso con inserto CC IV i punti ricavati dal grafico riportati in Figura 3.21 sono riportati nella Tabella 6.5.

**Tabella 6.5** Punti estrapolati dal grafico di figura 3.21 per il silo con inserto CC IV

Sforzi normali alla parete[kPa]	z[m]
1.83	5.41
15.38	3.05
24.01	2.14
29.90	1.16
26.19	1.01
7.44	0.75
5.78	0.35



**Figura 6.5** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con inserto CC III: la linea continua rossa grafica i dati ottenuti dalla simulazione .i cerchi blu indicano i punti ottenuti dalle valutazioni sperimentali



**Figura 6.6** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con inserto CC IV: la linea continua rossa grafica i dati ottenuti dalla simulazione .i cerchi blu indicano i punti ottenuti dalle valutazioni sperimentali

### 6.2.5 Silo con inserti CC II-CC V-CC VI

Per gli inserti CC II, CC V, CC VI non sono presenti nella letteratura presa in considerazione i grafici degli andamenti degli sforzi normali alla parete.

Per questi inserti, quindi, si fa una valutazione solamente per il profilo di flusso.

Questi inserti producono sempre tre canali di flusso a differente velocità, anche se l'inserto CC VI è quello che amplia maggiormente il canale di flusso a maggior velocità.

### 6.2.6 Silo con inserto IC I

Sperimentalmente è stato trovato che l'inserto IC I riesce quasi completamente a modificare il *funnel flow* in *mass flow*. Lo stesso risultato è stato ottenuto mediante la simulazione.

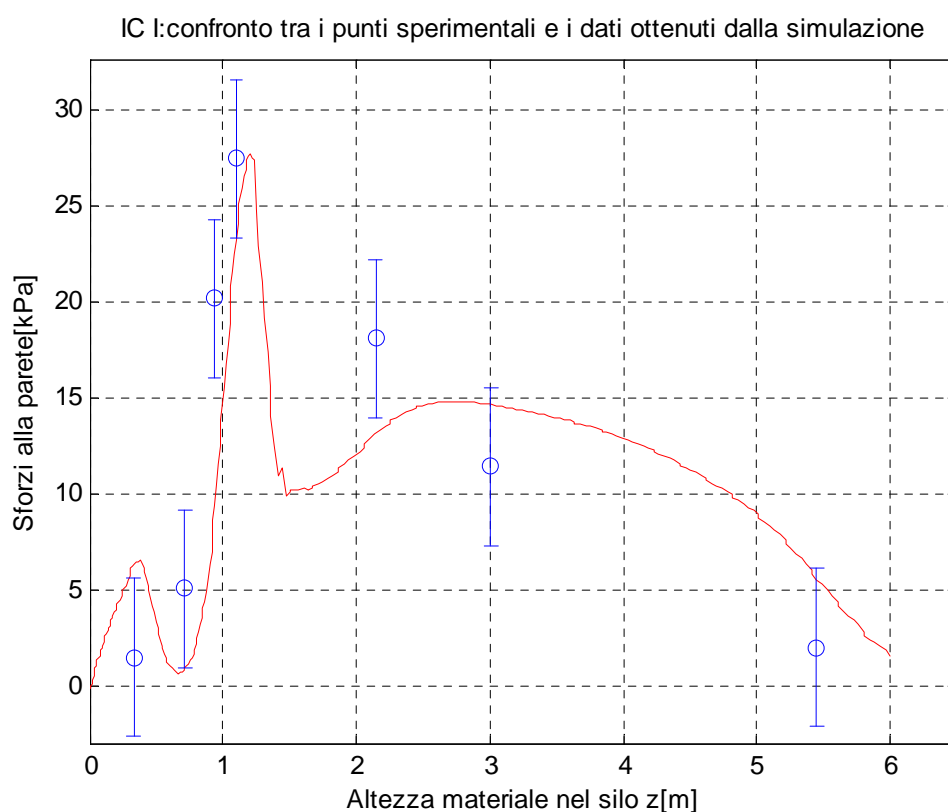
Per il caso con inserto IC I i punti ricavati dal grafico riportati in Figura 3.21 sono riportati nella Tabella 6.6.

Come si può vedere dalla Figura 6.7 il modello riesce a predire abbastanza bene l'andamento degli sforzi alla parete anche nella zona di transizione.



**Tabella 6.6** Punti estrapolati dal grafico di figura 3.24 per il silo con inserto IC I

Sforzi normali alla parete[kPa]	z[m]
1.98	5.44
11.38	3.00
18.05	2.14
27.42	1.10
20.13	0.93
5.02	0.71
1.43	0.33



**Figura 6.7** Sforzi normali alla parete calcolati nel silo con inserto IC I: la linea continua rossa grafica i dati ottenuti dalla simulazione .i cerchi blu indicano i punti ottenuti dalle valutazioni sperimentali

### 6.3 Conclusioni confronto risultati

Dal confronto tra i dati calcolati attraverso la simulazione e i dati sperimentali emerge che:

- gli inserti riescono a modificare il profilo di flusso e i risultati ottenuti con le simulazioni rispecchiano i risultati sperimentali;

- il modello implementato in *Comsol Multiphysics 4.3* predice abbastanza bene i risultati sperimentali ottenuti soprattutto nella parte cilindrica del silo nel caso senza inserti e con inserto IC I; nel caso senza inserti l'errore medio tra le misure rilevate sperimentalmente e le misure rilevate con Comsol è circa del 7%;
- il modello non sembra predire con precisione i dati nella zona di transizione della tramoggia, che corrisponde alla zona di installazione dell'inserto. Il modello predice sforzi alla parete più bassi, rispetto agli esperimenti, nel caso con inserti DC e CC;
- i casi con inserto *cone in cone* riportati negli studi di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) riguardano inserti che sono posizionati nella tramoggia ma che hanno la parte superiore coincidente con l'inizio della tramoggia; dai risultati delle simulazioni effettuate sembra che questa coincidenza porti ad una riduzione notevole del picco in corrispondenza della tramoggia; al contrario, dai dati ottenuti sperimentalmente, sembra che la presenza dell'inserto non diminuisca gli sforzi alla parete, ma al contrario, li aumenti come nel caso con inserto CC IV o con inserto CC I. Un caso particolare sembra verificarsi con inserto CC III perché gli sforzi in corrispondenza all'inizio della tramoggia diminuiscono. Secondo gli studi di Strusch riportati in §1.4.3 quando l'inserto è inserito nella tramoggia non si dovrebbe verificare alcun cambiamento del picco nella zona di transizione. È anche vero, però, che gli inserti CC I, CC III e CC IV presentano la parete superiore coincidente con l'inizio della tramoggia e questo può influire sulla distribuzione degli sforzi alla parete; sembra ragionevole, però, ipotizzare una diminuzione degli sforzi alla parete dal momento che parte del materiale fluisce all'interno del cono e parte degli sforzi destinati alla parete del silo si concentrano alla parete dell'inserto;
- secondo gli studi di Strusch riportati in §1.4.3 quando l'inserto è localizzato nella tramoggia, la variazione maggiore dovrebbe verificarsi al di sotto dell'inserto con una diminuzione degli sforzi rispetto al caso senza inserti. Questa variazione si riscontra sia nei risultati ottenuti dalla simulazione sia dai risultati sperimentali;
- finora si è valutata la variazione degli sforzi normali alla parete in relazione all'inserimento degli inserti. Però, come riportato in §1.3, la variazione di flusso determinata dagli inserti provoca variazione degli sforzi normali alla parete. Secondo gli studi di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) le variazioni importanti di sforzo che si verificano nei casi con inserti sono dovuti alla variazioni del flusso. Infatti, secondo quanto riportato in §1.3, in regime di *pipe flow* o *mixed flow* si dovrebbero avere dei picchi di sforzo inferiore rispetto al regime di *mass flow* in corrispondenza della tramoggia. Effettivamente, dai risultati sperimentali di Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) si osserva che, in quei casi in cui il canale di flusso a velocità maggiore diventa più ampio, gli sforzi alla parete nella zona di transizione aumentano. Questa osservazione giustificerebbe l'aumento di sforzi

normali nel caso con inserti; quindi l'andamento degli sforzi alla parete nel caso con inserti è legato sia alla presenza dell'inserto stesso sia alla modifica che l'inserto genera nel regime di flusso.



# Capitolo 7

## Sviluppo del modello: aggiunta di un termine coesivo

Il modello descritto nel Capitolo 2 non tiene conto del fenomeno della coesione che può verificarsi nei materiali granulari. Le forze coesive che si creano in un materiale granulare influenzano la statica e il flusso del materiale stesso.

Le forze coesive interparticellari che si creano in un materiale granulare hanno differenti origini fisiche: forze di Van der Waals che valgono per particelle piccole, come nel caso dell'argilla o in generale per polveri con dimensioni inferiori a 75-100  $\mu\text{m}$  e forze capillari che si creano in caso di grani di dimensioni maggiori ma umidi.

Non è ancora completamente chiaro come queste forze coesive agiscano sul flusso dei materiali granulari.

In questo Capitolo verranno presentati dei risultati preliminari, e assolutamente parziali che non pretendono affatto di sviscerare il problema ma piuttosto indicano delle possibili vie di sviluppo del modello idrodinamico al fine di integrarvi il contributo coesivo. Ulteriori verifiche teoriche e simulazioni dovranno essere necessariamente effettuate in futuro.

### 7.1 Effetto della forza di coesione

La coesione ha un effetto marcato sulle proprietà meccaniche di un materiale granulare in condizioni statiche (Nedderman, 1992). Non è ancora stato spiegato come la coesione influisca su un flusso denso. Lo sforzo di taglio di un materiale granulare è legato alla coesione attraverso la relazione di Coulomb:

$$\tau = \mu\sigma + c \quad (7.1)$$

dove  $c$  è il termine di coesione. Questa relazione viene tipicamente utilizzata per la descrizione del cedimento del materiale (condizione di moto incipiente) (Nedderman, 1992). Una relazione costitutiva per il flusso denso pienamente sviluppato che legghi in modo semplice sforzi e velocità, è molto più problematica da determinare.

Il termine di coesione è molto piccolo per materiali grossolani, mentre vale circa 50 kPa per materiali simili all'argilla.

### 7.1.1 Termine di coesione nel modello fluidodinamico

Si può pensare di introdurre il termine di coesione all'interno del modello descritto nel Capitolo 2 almeno in tre modi diversi e non equivalenti tra loro:

1. lo sforzo di taglio viene definito come:

$$\tau = \eta|\dot{\gamma}| + c \quad (7.2)$$

dove  $c$  rappresenta il termine coesivo. L'equazione (7.2) descrive una reologia che ricorda i fluidi di Bingham (Stewart *et al.*, 1960). Il termine  $c$  quindi equivarrebbe ad uno sforzo di cedimento del materiale presente anche in assenza di velocità di deformazione  $\dot{\gamma}$ .

Lo sforzo di taglio entra nel termine di produzione di energia a causa della deformazione che è stato definito nel Capitolo 2 come:

$$\boldsymbol{\pi} : \nabla \bar{\mathbf{u}} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \eta |\dot{\gamma}|^2 = \tau |\dot{\gamma}| \quad (2.21)$$

Sostituendovi la relazione 7.2 si ottiene:

$$\boldsymbol{\pi} : \nabla \bar{\mathbf{u}} = \tau |\dot{\gamma}| = (\eta |\dot{\gamma}| + c) |\dot{\gamma}| \quad (7.3)$$

Il termine  $\dot{Q}$  risulta così modificato:

$$\dot{Q} = (\eta |\dot{\gamma}| + c - \mu p) |\dot{\gamma}| = |\dot{\gamma}| (\tau + c - \mu p) \quad (7.4)$$

Procedendo in questo modo si aggiunge un termine di generazione dell'energia fluttuante. Questo è in contrasto con quanto è atteso dall'effetto della coesione (diminuire la mobilità del materiale).

2. il contributo della coesione può essere allora inserito all'interno del termine di dissipazione  $z^T$  che compare in  $\dot{Q}$ :

$$z^T = (\mu p + c) |\dot{\gamma}| \quad (7.5)$$

Il termine  $\mu p + c$  presente in (7.5) ricorda molto da vicino l'espressione degli sforzi di Coulomb (7.1). Il termine  $\dot{Q}$  diventa:

$$\dot{Q} = (\eta |\dot{\gamma}| - c - \mu p) |\dot{\gamma}| = |\dot{\gamma}| (\tau - c - \mu p) \quad (7.6)$$

Aggiungendo il termine coesivo in questo modo si aggiunge un termine dissipativo in condizioni dinamiche. Questo è il linea con quanto atteso dal comportamento coesivo.

3. il contributo della coesione viene inserito all'interno del termine di dissipazione  $z^T$  che compare in  $\dot{Q}$ , ma in maniera diversa rispetto al punto 2:

$$z^T = \mu p |\dot{\gamma}| + c \quad (7.7)$$

Il termine  $\dot{Q}$  diventa:

$$\dot{Q} = (\eta|\dot{\gamma}|^2 - c - \mu p|\dot{\gamma}|) = |\dot{\gamma}| \left( \tau - \frac{c}{|\dot{\gamma}|} - \mu p \right) \quad (7.8)$$

Quest'ultimo caso non è corretto poiché implica che ci sia dissipazione anche quando la velocità di deformazione  $\dot{\gamma}$  è pari a zero.

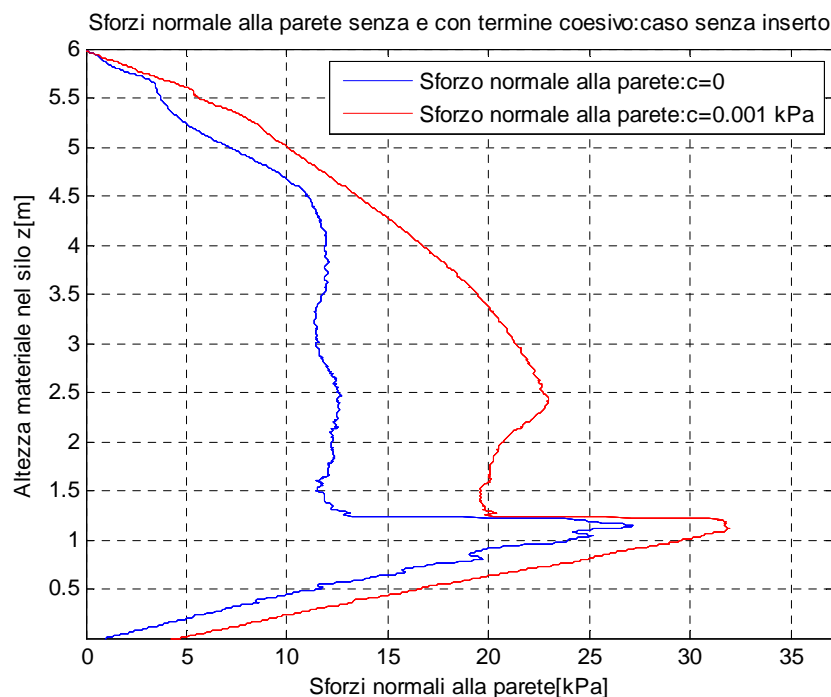
### 7.1.2 Influenza del termine di coesione nel caso di silo senza inserti

In *Comsol Multiphysics 4.3* si è inizialmente scelto di implementare il modello fluidodinamico descritto nel Capitolo 2 con l'aggiunta del termine coesivo come riportato al punto 1 del §7.1.1. Si sono effettuate solo delle simulazioni preliminari al fine di verificare la concreta possibilità di implementare le modifiche al modello e di avere una prima indicazione degli effetti della coesione sul regime di moto denso dei solidi granulari.

La simulazione è stata condotta nel caso del silo senza inserti, con due valori di coesione:

- $c=0.001$  kPa;
- $c=0.012$  kPa.

I risultati ottenuti sono stati confrontati con i risultati ottenuti nel caso senza coesione (Figura 7.1).



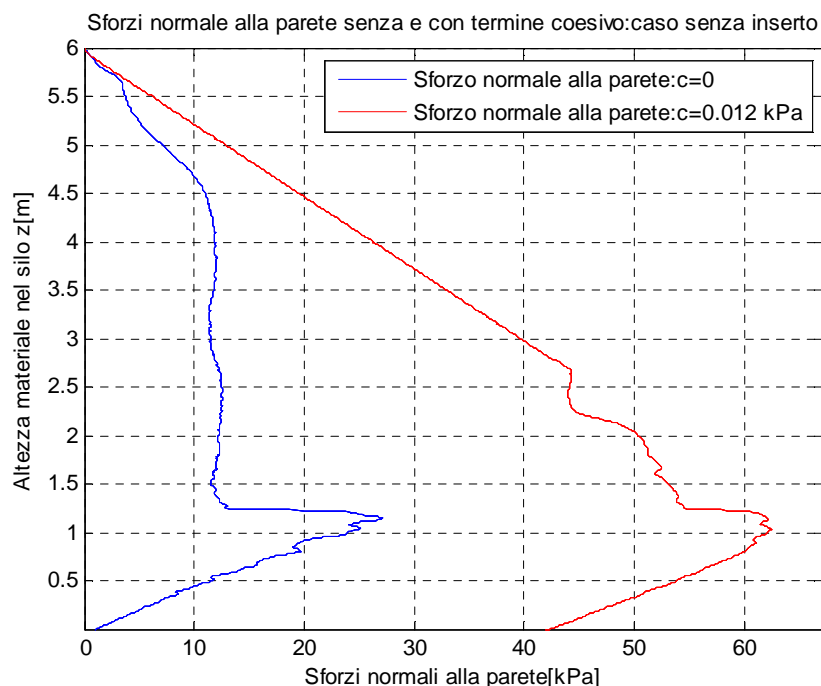
**Figura 7.1** Sforzi normali alla parete senza il termine coesivo (curva blu) e con termine coesivo (curva rossa)

Dal confronto si nota che:

- l'aggiunta di un termine coesivo al modello aumenta gli sforzi normali alla parete sia nella parte cilindrica del silo sia nella tramoggia;
- gli sforzi nel caso con  $c=0$  tendono a zero in corrispondenza del foro di scarico del silo, mentre per  $c=0.001$  kPa risultano pari a circa 5 kPa.

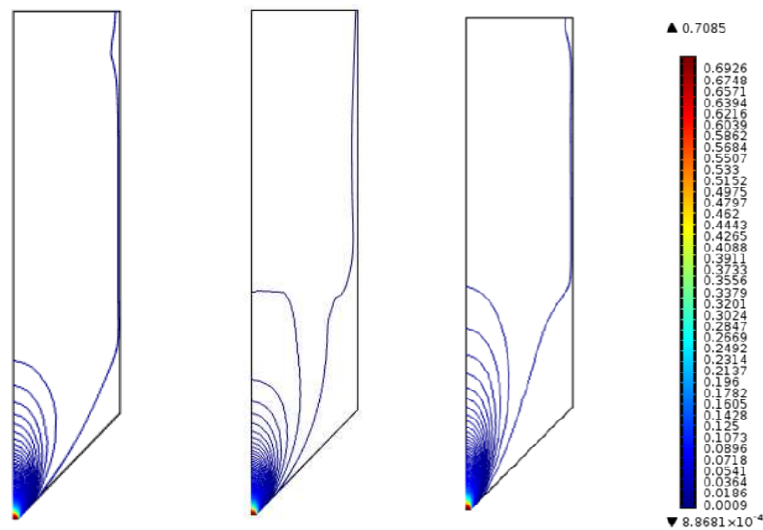
Per  $c=0.012$  kPa si osserva (Figura 7.2) che gli sforzi normali alla parete hanno un andamento lineare per un tratto nella parte cilindrica del silo a cui è difficile dare una interpretazione fisica. Nella tramoggia, invece, gli sforzi sono più alti maggiore è il termine di coesione ma l'andamento rimane simile.

In Figura 7.3 si sono riportati i profili di velocità nel caso senza coesione e con i due valori di coesione con cui sono state condotte le simulazioni. Nel caso con  $c=0.012$  kPa si osserva che il materiale non scivola alla parete. Questo è più evidente dalla mappe di temperatura granulare riportate in Figura 7.4. Si osserva infatti che non si formano gradienti di temperatura vicino alla parete nel primo tratto della sezione cilindrica del silo. Ma tutto il materiale si trova in una condizione di mobilità (alta temperatura granulare). Questo indicherebbe, come peraltro si nota anche dagli sforzi normali, che il materiale si comporti come un fluido (alta mobilità delle molecole). Le simulazioni sembrano confermare che la scelta del modello tipo Bingham non sia quella adatta.

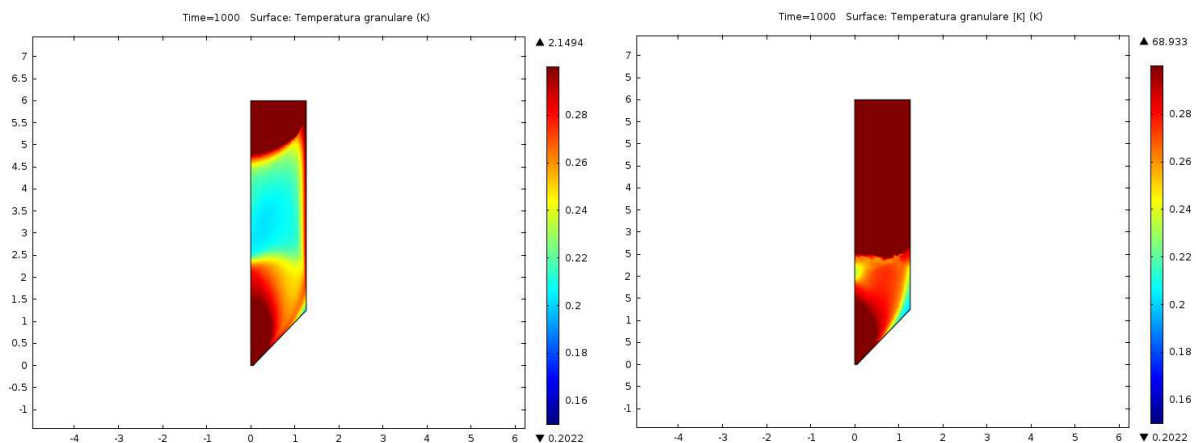


**Figura 7.2** Sforzi normali alla parete senza il termine coesivo (curva blu) e con termine coesivo (curva rossa) nel caso 1





**Figura 7.3** *Profili di velocità nel silo nel caso con  $c=0.001$  kPa,  $c=0.012$  kPa e nel caso senza termine di coesione*



**Figura 7.4** *Mappe di temperatura granulare per il caso con  $c=0.001$  kPa e  $c=0.012$  kPa*

Successivamente si è scelto di implementare il modello fluidodinamico descritto nel Capitolo 2 con l'aggiunta del termine coesivo come riportato al punto 2 del §7.1.1.

Si sono sempre effettuate delle simulazioni preliminari, come nel caso precedente, con gli stessi valori di coesione:

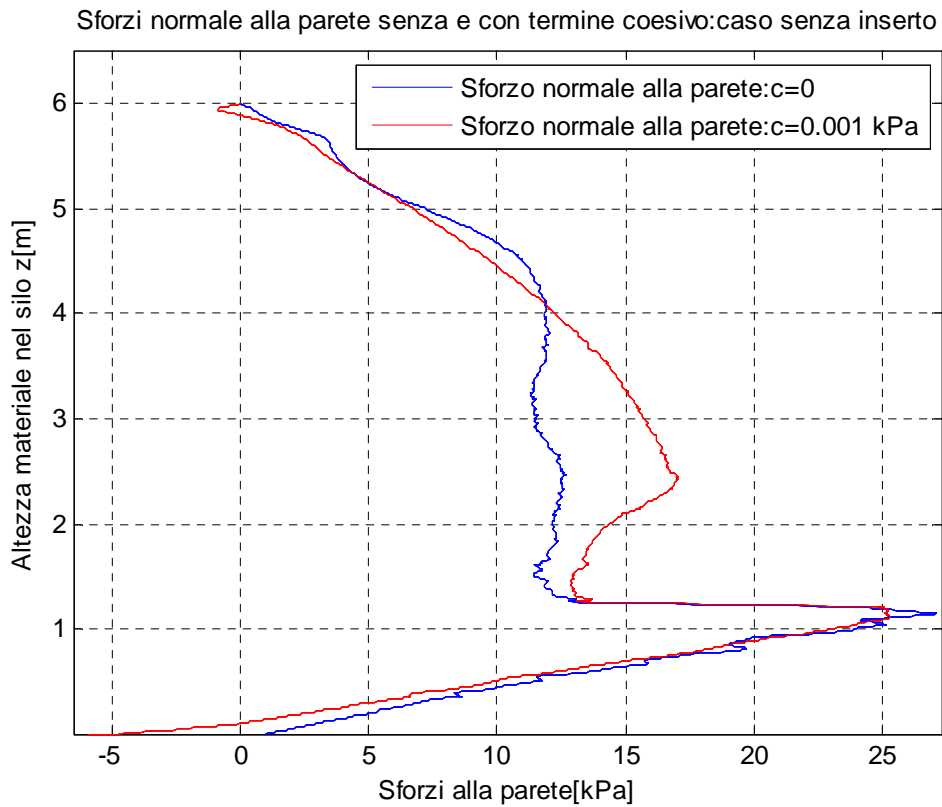
- $c=0.001$  kPa;
- $c=0.012$  kPa.

Dal confronto si nota che:

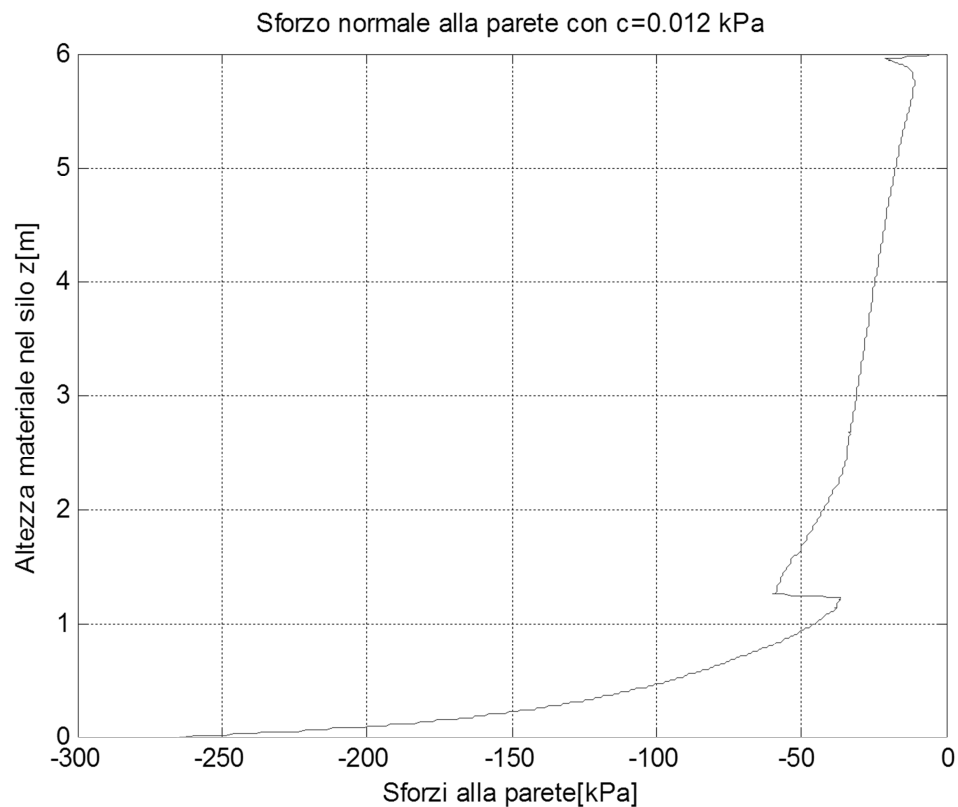
- l'aggiunta di un termine coesivo come al punto 2 del §7.1.1 al modello aumenta gli sforzi normali alla parete nella parte finale della parte cilindrica del silo. In particolare viene confermata l'esistenza di un picco di sforzo al di sopra della zona di passaggio

alla tramoggia, indicante il probabile arresto di materiale alla parete nella parte bassa della parte cilindrica del silo;

- gli sforzi nel caso con  $c=0$  tendono a zero in corrispondenza del foro di scarico del silo, mentre per  $c=0.001$  kPa tendono ad un valore leggermente negativo (circa -6.5 kPa).

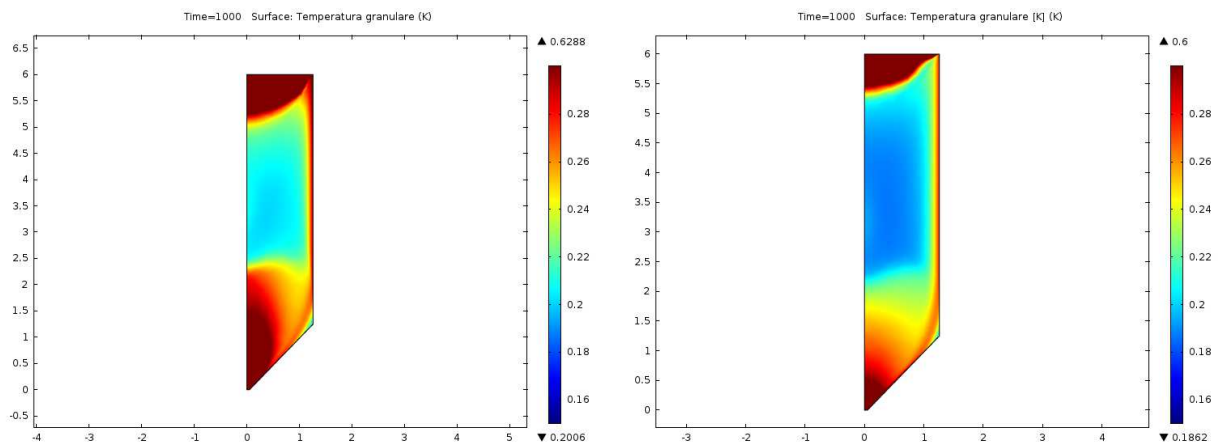


**Figura 7.5** Sforzi normali alla parete senza il termine coesivo (curva blu) e con termine coesivo (curva rossa) nel caso 2



**Figura 7.6** Sforzi normali alla per  $c=0.012$  kPa (caso 2)

Aumentando ulteriormente la coesione per  $c=0.012$  kPa si osserva (Figura 7.6) che gli sforzi normali alla parete sono negativi per tutta la lunghezza del silo. È noto che dal deflusso di un solido granulare da un contenitore chiuso si possono ottenere solo leggere depressioni. Questo comportamento chiaramente ‘non fisico’ è probabilmente dovuto al fatto che la simulazione sta forzando un comportamento che il solido granulare coesivo spontaneamente non avrebbe. In particolare qui si è imposta la velocità di scarico pari a 0.7 m/s alla sezione di uscita. Evidentemente tale velocità non è compatibile con la bassa capacità di scorrere del materiale. Questo determina che il materiale venga ‘richiamato’ dal basso ma faccia fatica ad arrivare dal basso generando una depressione. Questo è equivalente alla rimozione di un fluido da un contenitore chiuso. Sebbene la simulazione abbia dato un risultato non realistico (ma logico), questa ci conferma che la scelta del modello del punto 2 del §7.1.1 è proprio quella più corretta perché dimostra la maggiore resistenza a scorrere del materiale coesivo.



**Figura 7.7** Mappe di temperatura granulare per il caso con  $c=0.001$  kPa e  $c=0.012$  kPa (caso 2)

L'aumentata resistenza del materiale in presenza del termine coesivo dissipativo viene poi confermata dalle mappe di temperatura granulare. Si nota un netto 'raffreddamento' (diminuzione della mobilità particellare) del materiale rispetto al caso 1 del §7.1.1, tanto maggiore quanto maggiore è la coesione.

Queste ultime simulazioni ci indicano anche che il modo più corretto per simulare i solidi granulari in flusso confinato è quello di non imporre la velocità come condizione al contorno, ma di lasciare che questa si autodetermini, imponendo ad esempio una condizione sulla pressione. Per flussi molto lenti (o comunque inferiori o uguali alla spontanea velocità di scarico del materiale) invece rimane possibile fissare la velocità in uscita come condizione al contorno.

# Conclusioni

L'obiettivo della tesi è stato quello di studiare, attraverso un modello fluidodinamico che utilizza un approccio continuo, il flusso di un materiale granulare non coesivo e gli sforzi che si sviluppano all'interno di un silo. Il modello è stato implementato in *Comsol Multiphysics* 4.3.

Il modello è stato applicato ad una geometria di silo senza inserti, e in geometrie con tipologie di inserti diversi. L'indagine degli sforzi e del flusso è stata inoltre fatta con i medesimi inserti ma posti ad altezze diverse all'interno del silo.

Le simulazioni hanno riprodotto fedelmente quanto effettuato da Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007) durante i loro esperimenti. Questo per rendere attendibile il confronto fra i casi simulati e quelli sperimentati.

In totale sono state condotte simulazioni su quindici diverse configurazioni: una per il caso senza inserti, dodici simulazioni con inserti e due simulazioni per il caso senza inserto con aggiunta del termine coesivo.

I risultati ottenuti dalle simulazioni sono stati rielaborati e confrontati con i risultati riportati da Wojcik *et al.* (2007, 2012) e Hartl *et al.* (2007).

Il confronto ha riportato dei risultati soddisfacenti, ribadendo la validità del modello implementato. In particolare si è indagato come il flusso di un materiale granulare venga modificato dalla presenza di inserti e in quale modo la presenza di inserti incida sugli sforzi normali e tangenziali alla parete. Questa indagine risulta importante dal momento che fino ad ora non sono state sviluppate delle equazioni sperimentali o più in generale metodi predittivi per il calcolo della distribuzione degli sforzi alla parete in sili che contengono inserti anche se esistono degli studi e delle regole per dimensionare in modo opportuno gli inserti (Johanson, 1966) dal punto di vista del flusso.

Si è indagato ampiamente sugli sforzi che gravano alla parete del silo, sia per quanto riguarda gli sforzi di taglio sia quelli normali e si sono riportate delle osservazioni che correlano gli sforzi alla parete al flusso che si crea in un silo.

Infine si sono cercate delle soluzioni per aumentare l'applicabilità del modello fluidodinamico con approccio continuo, in modo che possa tenere in considerazione anche il fenomeno della coesione, ottenendo dei risultati preliminari promettenti.

Non è ancora chiaro come la coesione influenzi il flusso di un materiale denso e sviluppare un modello continuo valido che ne tenga conto, amplierebbe le conoscenze sui materiali granulari.



# Nomenclatura

$c$  = coesione

$d_p$  = diametro della particella

$\bar{g}$  = accelerazione di gravità

$I$  = numero di inerzia

$\mathbf{K}$  = tensore dell'energia fluttuante per diffusione

$k_\lambda$  = numero adimensionale di scivolamento

$n$  = direzione normale alla superficie

$p$  = pressione (componente isotropica del tensore degli sforzi)

$\dot{Q}$  = produzione di energia

$Q_m$  = portata massiva

$Q_v$  = portata volumetrica

$q^T$  = flusso di energia diffusivo dell'energia fluttuante

$\bar{T}$  = tensore degli sforzi

$\mathbf{t}^F$  = forza di trascinamento applicata al fluido interstiziale

$\bar{\mathbf{u}}$  = vettore velocità

$\tilde{\mathbf{u}}$  = componente fluttuante del vettore velocità

$u_t$  = velocità tangenziale

$z^T$  = termine di dissipazione dell'energia fluttuante

## Lettere greche

$\dot{\gamma}$  = velocità di deformazione

$\eta$  = coefficiente di viscosità non Newtoniano

$\eta_0$  = parametro del coefficiente di viscosità

$\eta'$  = viscosità

$\theta$  = temperatura granulare del materiale

$\theta^*$  = temperatura di scala

$\lambda$  = lunghezza di scivolamento

$\mu$  = coefficiente di attrito effettivo

$\mu_w$  = angolo di attrito alla parete

$\nu$ =frazione solida

$\boldsymbol{\pi}$ =componente deviatorica del tensore degli sforzi

$\rho$ =densità di bulk

$\tau$ =sforzo di taglio

$\varphi_e$ =angolo di attrito interno del materiale

### Acronimi

DC=double cone

CC=cone in cone

IC=inverted cone



# Riferimenti Bibliografici

- Artoni, R., Santomaso, A., Canu, P. (2011). Simulation of dense granular flows: comparison with experiments. *Chemical Engineering Science*, **66**, 548-557.
- Artoni, R., Zugliano, A., Primavera, A., Canu, P., Santomaso, A. (2009). Simulation of dense granular flows: dynamics of wall stress in silos. *Chemical Engineering Science*, **64**, 4040-4050.
- Bird, R.B., Stewart, W.E., Lightfoot, E.N. (2002). *Transport phenomena*. (2<sup>nd</sup> ed.). Wiley, New York.
- Brown, C.J. , Nielsen, J. (1998). *Silos: fundamentals of theory, behaviour and design*. E & FN Spon, New York (USA).
- COMSOL, 2012. Introduction to COMSOL multiphysics.
- Hartl, J. (2008). A study of granular solids in silos with and without an insert. *Ph.D. Thesis*, University of Edinburgh.
- Hartl, J., Ooi, J.Y., Rotter, J.M., Wojcik, M., Ding, S., Enstad, G.G. (2008). The influence of a cone-in-cone insert on flow pattern and wall pressure in a full-scale silo. *Chemical Engineering Research and Design*, **86**, 370-378.
- Nedderman, R.M. (1992). *Statics and kinematics of granular materials*. Cambridge University press, Cambridge.
- Schulze, D. (2008). *Powders and bulk solids*. Springer, Berlin
- Rognon, P.G., Roux, J.N., Naaïm, N., Chevoir, F.(2012). Confined granular flow in silos with inserts – Full-scale experiments. *Powder Technology*, **222**, 15-36.
- Wojcik, M., Hartl, J., Ooi, J.Y., Rotter, M., Ding, S., Enstad, G.G. (2007). Experimental investigation of the flow pattern and wall pressure distribution in a silo with a double-cone insert. *Particle & Particle System Characterization*, **24**, 296-303.

## Siti web

<http://www.comsol.it/>

<http://www.mathworks.com>

